

Liceo Scientifico Statale “Leonardo da Vinci”

Dirigente Scolastico: Preside Prof.ssa Vincenzina Mazzuca



Via Possidonea , 14 – 89100 Reggio Calabria

Tel : 0965 – 29911 / 312063

sito web : www.liceovinci.rc.it

Quaderni di Matematica e Fisica A.sc. 2006-2007- Volume n° 2

Prof.ssa Miryam Calipari : Le Energie Alternative

Prof. Fabrizio Tone : Dal Pendolo ai Quarks

Prof. Francesco Zumbo : Il Moto del Proiettile

Il Coordinatore del Progetto
Prof. Francesco Zumbo

Liceo Scientifico Statale “Leonardo Da Vinci”



Via Possidonea 14, Reggio Calabria – Tel. 0965 – 29911

www.liceovinci.rc.it

Progetto Quaderni di Matematica e Fisica a. s. 2006 – 2007

“LE ENERGIE ALTERNATIVE”

Prof.ssa Myriam Calipari

Energy Manager

Email: mjriam.calipari@tin.it

*“Gli insegnanti ideali sono quelli
che si offrono come ponti verso la conoscenza
ed invitano i loro studenti
a servirsi di loro per compiere la traversata;
poi, a traversata compiuta, si ritirano soddisfatti,
incoraggiandoli a fabbricarsi da soli ponti nuovi”*

Prof. Buscaglia

“A coloro che mi sono stati di aiuto durante la traversata”

Myriam Calipari

L'ENERGIA ALLA BASE DELLE MODERNE SOCIETA' INDUSTRIALI

La parola "ENERGIA" deriva dal latino "ENERGÍA" e dal greco "ENÉRGEIA", da "ÉRG-ON" (= operazione) e da "ENERGÓS" (= in atto di operare).

In fisica l'energia viene definita come la capacità che ha un corpo di compiere un lavoro.

L'energia è legata a tutte le attività umane:

- ▶ Quando ci muoviamo utilizziamo energia immagazzinata nel nostro corpo;
- ▶ Tutti gli oggetti che ci circondano hanno avuto bisogno di energia per essere costruiti ed hanno bisogno di energia per funzionare.

La rivoluzione tecnologica degli ultimi due secoli, che ha cambiato la vita dell'uomo, ha comportato un sempre crescente bisogno di energia. Non esiste, infatti, attività organizzata dall'uomo per la quale non ci sia necessità di produrre energia; basti pensare a:

- Trasporti
- Costruzioni
- Radio
- Riscaldamento
- Telefono
- Coltivazioni
- Televisione
- Elettrodomestici

L'energia, però, non si crea né si distrugge, ma si trasforma soltanto.

Tra i paesi industrializzati, l'Italia è quello che più di tutti dipende dall'estero per il suo approvvigionamento energetico. Il mercato internazionale, instabile e difficilmente prevedibile, espone il nostro Paese a forti rischi economici e politici. Prosegue la tendenza all'aumento del consumo di energia sotto forma elettrica (la cosiddetta "penetrazione dell'energia elettrica") e, pertanto, il potenziamento dell'apporto da fonti rinnovabili costituisce un obiettivo primario per conseguire una decisa politica di diversificazione delle fonti di energia e di valorizzazione delle risorse nazionali.

La messa a punto e la diffusione di tali tecnologie hanno inoltre un valore strategico e di sicurezza energetica in relazione a scenari futuri di disponibilità e di costo delle fonti di energia molto più drammatici di quelli oggi prevedibili.

Mai come oggi, perciò, è diventato necessario limitare i consumi e incrementare lo sviluppo e l'utilizzo di fonti energetiche alternative.

A tal proposito, il 9 marzo scorso l'Unione Europea ha approvato un piano energetico rivoluzionario, che incentiva la riduzione dei gas serra e dà il via libera alle cosiddette "fonti rinnovabili".

Oggi la produzione di energia è nelle mani di pochi gruppi e, soprattutto, quasi completamente dipendente dai petrolieri mediorientali. Mediante l'utilizzo delle fonti rinnovabili e l'applicazione del suddetto piano energetico, si mira a creare una rete di produttori capillare e diffusa su tutto il pianeta. Utilizzando il sole, il vento, l'acqua, le biomasse e nuove fonti energetiche "alternative" ciascuno di noi potrebbe diventare un potenziale produttore di energia, collegarsi alle reti elettriche, scambiare elettricità con tutti gli altri utenti. L'obiettivo è quello di individuare e sperimentare le necessarie evoluzioni delle reti di distribuzione verso forme di "reti intelligenti", cioè capaci di integrarsi con architetture di rete non più tradizionali e di accogliere al contempo un rapporto quantitativamente significativo di energia elettrica prodotta da fonte rinnovabile. La generazione distribuita deve, inoltre, incrementare l'affidabilità, la qualità e la competitività del servizio elettrico. Ciascun utente potrebbe assorbire quando non produce e cedere energia quando la sua produzione supera il fabbisogno. Sembra un'utopia, ma la tecnologia necessaria esiste già! Gli impianti per lo sfruttamento delle fonti rinnovabili sono sempre più diffusi e diventeranno sempre più efficienti man mano che si amplierà il loro mercato.

Vediamo, allora, quali sono state fino ad oggi le principali fonti energetiche e vediamo, soprattutto, quali sono le cosiddette fonti energetiche alternative.

DAL CARBONE AL PETROLIO

Nel passato il carbone è stato fonte primaria di energia perché presentava le seguenti vantaggiose caratteristiche:

1. Abbondante disponibilità;

2. Sicurezza di approvvigionamento;
3. Elevata sicurezza nel maneggio, trasporto ed uso (non è infiammabile, né esplosivo).

Questo utilizzo di carbone come fonte di energia e di materie chimiche (motore della rivoluzione industriale nel corso di due secoli) portò ad un rapido sfruttamento delle riserve in Inghilterra, Russia, Germania e Francia.

A spodestare il carbone dalla sua posizione dominante in Europa è stato, nel Novecento, il petrolio. Da allora, la concorrenza fatta dal petrolio al carbone è andata avanti senza sosta anche perché il petrolio, rispetto al carbone, presentava i seguenti vantaggi:

1. Essendo un liquido, il petrolio è più facilmente trasportabile del carbone;
2. Le principali riserve di petrolio si trovavano in Paesi sottosviluppati e, perciò, facilmente controllabili politicamente (in modo da tenere bassi i prezzi);
3. I tempi di potenziamento di nuove strutture di estrazione e trasporto erano brevi rispetto a quelli del carbone.

Pertanto, all'inizio degli anni '50, dopo la ripresa post-bellica, tutti i Paesi Occidentali hanno iniziato a convertirsi rapidamente dal carbone all'impiego assai più facile del petrolio. Si erano da poco scoperte le vaste riserve petrolifere del Medio Oriente per cui il petrolio poteva emergere da fonte di importanza locale, quale era stata solo negli Stati Uniti prima della guerra, a fonte energetica di importanza globale, portatrice di una nuova epoca nota appunto come "era del petrolio". Dicevamo, infatti, che il petrolio era una fonte facile e poco costosa rispetto al carbone i tempi di potenziamento di nuove strutture di estrazione e trasporto erano brevi in confronto a quelle necessarie per il carbone a partire dagli anni '50. Durante tali anni il rapporto riserve/produzione del petrolio è raddoppiato prevalentemente a seguito della scoperta della conoscenza degli ingenti giacimenti del Medio Oriente, per raggiungere un massimo di 45 anni nel 1958. Da allora, a parte qualche oscillazione di breve durata, esso è continuamente calato per raggiungere alla soglia degli anni '80, un livello di circa 30 anni. Questo rapporto è destinato ad un calo inevitabile. Anche solo per mantenerlo costante occorrerebbe infatti aggiungere alle riserve ogni anno una quantità di petrolio pari a quella consumata nell'anno. Man mano che l'esplorazione passa da giacimenti concentrati ai giacimenti più piccoli e sempre più dispersi, in zone sempre più remote, in condizioni ambientali sempre più ostili, in bacini sempre più profondi e fuori costa la prospezione del petrolio - per non parlare della produzione del

trasporto - richiederanno tempi e spese d'investimento sempre maggiori per ogni barile di petrolio scoperto.

Vi è in fine il problema costituito dal fatto che non è generalmente possibile estrarre ogni anno più del 5-10% delle riserve di un giacimento. Il tasso massimo di sfruttamento efficiente dipende dalle caratteristiche del giacimento e particolarmente delle sue dimensioni, ma è raramente possibile estrarre ogni anno più del 10% delle riserve rimanenti in un giacimento senza compromettere la sua produzione complessiva.

Inoltre le varie guerre succedutesi nel Golfo Persico dal 1980 in poi hanno fatto salire alle stelle il prezzo del petrolio e le ormai ricorrenti crisi petrolifere hanno riproposto in termini drammatici l'importanza fondamentale di disporre di approvvigionamenti "sicuri". Si è andata perciò sempre più sviluppando la consapevolezza che **il petrolio e le fonti fossili** (ed in generale l'energia) **non sono beni illimitati; ma devono essere usati con parsimonia.**

L'Italia è uno dei Paesi che non è dotato di risorse energetiche proprie in quantità significative (in Italia abbiamo pochissimi impianti per la produzione di energia e nessun pozzo petrolifero) perciò il nostro Paese necessita di un'appropriata diversificazione nell'utilizzo delle fonti energetiche primarie. In Italia, però, sono numerosi i giacimenti di carbon fossile, che, se considerati a livello mondiale, superano molto più del doppio il numero dei giacimenti di greggio¹ e, se consideriamo che i motivi principali dell'abbandono del carbone furono proprio l'estrazione (nelle miniere veniva consumata la vita di innumerevoli adulti e ragazzi, esposti a respirare polveri nocive, sepolti dalle frane, uccisi dalle esplosioni dovute al gas metano intrappolato nei giacimenti di carbone) ed il trasporto, ma che tali problemi sono stati ampiamente superati², allora non è assurda la

¹ In Sardegna ci sono riserve di carbone per un miliardo di tonnellate – cinquanta volte in più del consumo annuo italiano di carbone, tutto di importazione.

² Nei decenni passati sono continuate le ricerche sul carbone: è oggi possibile estrarre il carbone con meno pericoli e danni per i minatori. Si conoscono, addirittura, tecniche capaci di raggiungere dalla superficie i giacimenti di carbone senza intervento umano: una corrente di aria trasforma in profondità il carbone in gas combustibili che vengono portati in superficie e possono essere trasportati come il gas naturale. Gli stessi gas combustibili non inquinanti possono essere ottenuti per trattamento del carbone vicino alle miniere, semplificando molto i problemi del trasporto. E' possibile bruciare il carbone, anche di scadente qualità con molto minore inquinamento atmosferico: tali tecniche consistono nel bruciare il carbone assieme ad una miscela di sali che assorbono sia le ceneri, sia i gas nocivi, per cui si liberano nell'atmosfera soltanto i gas non inquinanti.

L'inconveniente del trasporto del carbone può essere risolto preparando delle miscele di polvere di carbone ed acqua, che si possono trasportare con condotte simili a quelle del petrolio.

proposta di ritornare all'uso del carbone affiancandolo a quelle che vengono definite le "fonti alternative".

FONTI ENERGETICHE ALTERNATIVE E RINNOVABILI

Si definiscono "fonti rinnovabili" di energia quelle fonti non convenzionali che hanno un tempo di riproduzione minore o uguale a quello del loro utilizzo e, pertanto, possono essere considerate virtualmente inesauribili.

Appartengono a questa categoria l'energia solare e tutte quelle forme di energia derivanti da questa (energia idraulica, energia eolica, energia delle biomasse). L'impiego delle fonti rinnovabili comporta innegabili vantaggi, contribuendo in modo significativo alla riduzione di energia di importazione, soprattutto nella realtà italiana che, come dicevamo, è caratterizzata dalla scarsità di risorse energetiche endogene.

Oggi le fonti di energia rinnovabili (ed alternative rispetto al carbone ed al petrolio) contribuiscono per circa il 7% ai consumi nazionali; il nuovo piano energetico europeo prevede di innalzare al 20% la quota di fonti rinnovabili nel mix energetico dell'Unione. Tale obiettivo sarà ripartito tra i singoli Paesi, ciascuno dei quali si darà obiettivi specifici secondo le proprie caratteristiche energetiche. I costi di produzione dell'energia elettrica con le fonti rinnovabili sono maggiori rispetto a quelle convenzionali; il costo degli impianti, però, può essere recuperato grazie alla gratuità della fonte, ma, soprattutto, all'inesistente inquinamento ambientale.

ENERGIA SOLARE

Tutte le forme di energia, ad eccezione di quella nucleare, traggono origine – direttamente o indirettamente – dal sole.

L'energia solare è un esempio di trasferimento di energia per irraggiamento. Il sole è infatti, un grande serbatoio di energia: essa proviene dalle radiazioni nucleari che avvengono al suo interno. L'energia solare arriva sulla terra sotto forma di radiazioni elettromagnetiche, visibili e non visibili.

La terra riceve dal sole un flusso ininterrotto di energia che, oltre ad alimentare i processi vitali, vegetali ed animali, scioglie i ghiacci ed alimenta il ciclo dell'acqua tra mare ed

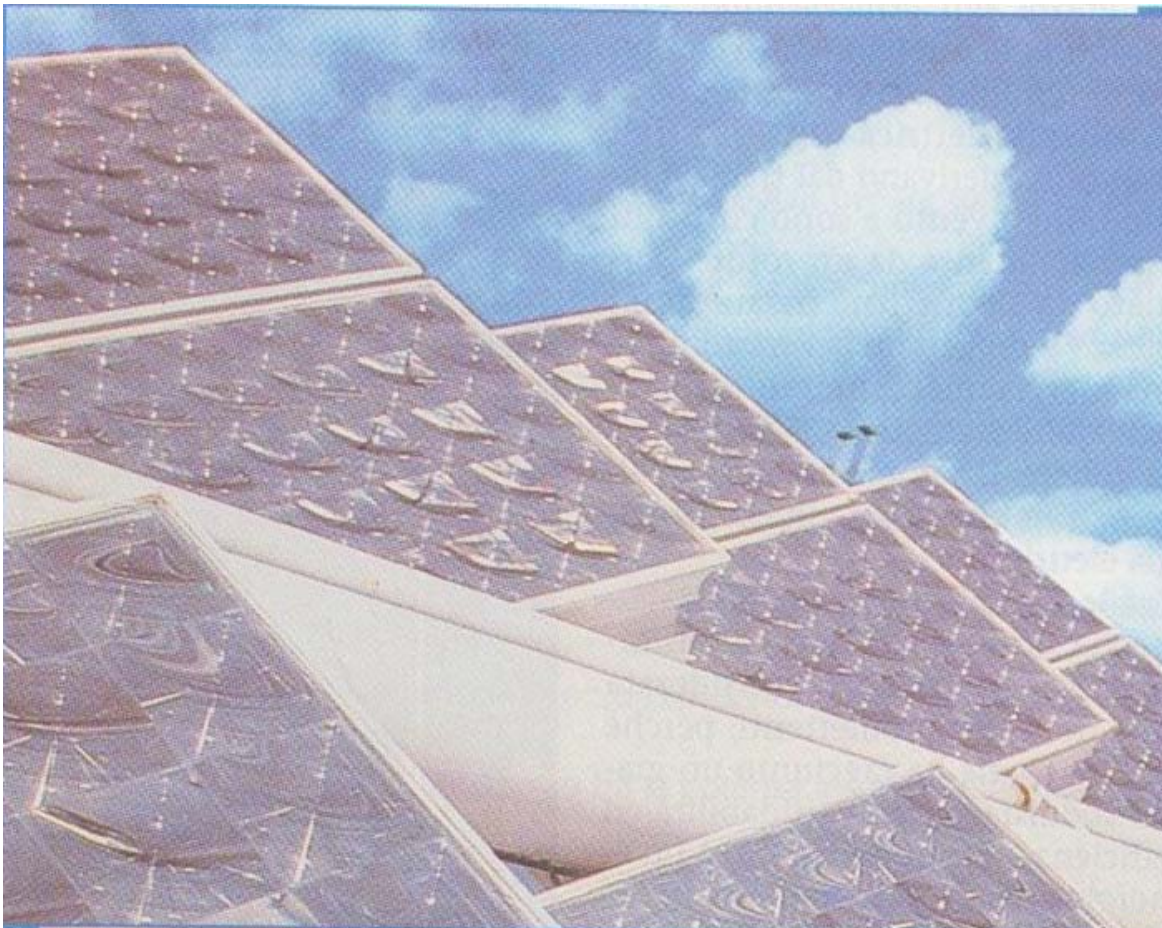
atmosfera, produce i venti, fa crescere le piante che, nel corso di milioni di anni, si sono trasformate, insieme ai resti di organismi animali, in combustibili fossili, petrolio, carbon fossile e gas naturale. L'energia emessa da un corpo per irraggiamento viene assorbita da altri corpi, che possono, poi, anche trasformarla.

I sistemi che utilizzano il sole come fonte diretta di energia sono costituiti da elementi che operano una conversione della radiazione in energia termica (pannelli solari) o direttamente in energia elettrica (celle fotovoltaiche).

- **PANNELLI SOLARI**

Servono a produrre acqua calda sanitaria, (Acs), ma esiste anche la possibilità di utilizzare questa fonte di energia per il riscaldamento domestico.

Un pannello solare è composto da:



1. **COLLETTORE:** è una lastra simile ad un radiatore, realizzata con tubi in acciaio o rame, nei quali circola un “fluido termovettore” che, scaldato dai raggi solari, passa dal

collettore al serbatoio, dove, attraverso uno scambiatore di calore, scalda naturalmente l'acqua sanitaria che vi è contenuta;

2. **SERBATOIO:** è composto da due circuiti idraulici separati che impediscono il contatto diretto tra l'acqua sanitaria ed il fluido termovettore;
3. **IL CIRCUITO:** I collettori sono protetti da vetro temperato o plexiglass, che trattengono il calore nel pannello ed evitano i danni provocati dall'esposizione diretta agli agenti atmosferici.

In poche parole, dentro i collettori circola una soluzione di acqua demineralizzata e glicole propilenico; il sole scalda la soluzione contenuta nelle canaline e queste lo cedono all'acqua contenuta nel serbatoio. Esso, come un normale boiler, è poi collegato all'impianto idraulico domestico.

Esistono tre tipi fondamentali di pannelli solari termici che sfruttano questo sistema, con costi e rendimenti diversi.

1. PANNELLI PIANI NON VETRATI:

Sono i più semplici e i meno costosi, ma smettono di funzionare quando il sole scompare. Vanno, perciò, bene in case di vacanza o per riscaldare le piscine;

2. PANNELLI VETRATI:

In essi i collettori solari sono protetti da un vetro che funge da isolante evitando la dispersione del calore raccolto (come una serra), così riescono a produrre acqua calda anche quando il sole non è al suo massimo. In genere funzionano bene da aprile ad ottobre e, nelle zone più soleggiate – come la nostra – anche a marzo. Tali pannelli solari sono i più richiesti perché, a un costo accessibile, garantiscono una buona resa;

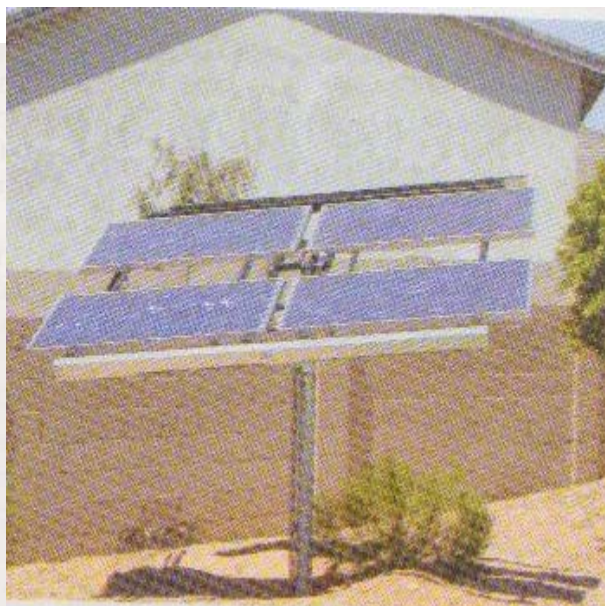
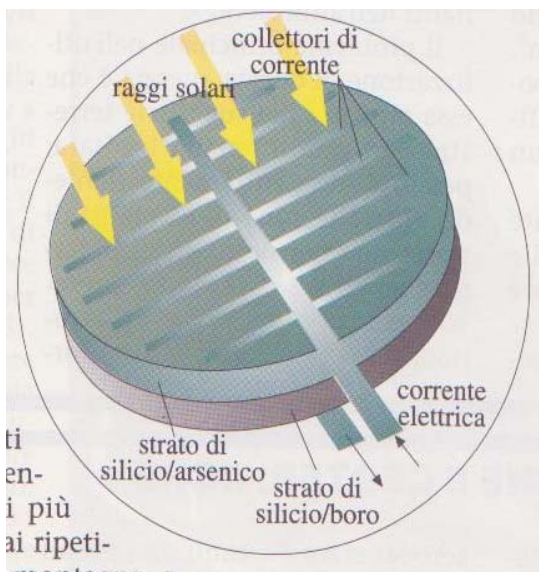
3. PANNELLI SOTTOVUOTO:

In cui il collettore è costruito con tubi di vetro saldati all'estremità e resi vuoti all'interno. Una verniciatura multistrato rende l'intercapedine sensibile alla radiazione solare e il vuoto funge da eccellente isolante. Sono pannelli dalla resa molto alta e gli unici ideali per tutte le stagioni; inoltre non si limitano alla produzione di Acs. Sono i più cari, ma in alcuni casi (zone fredde o poco esposte, numero elevato di utenti, ...) possono costituire l'investimento migliore.

I tutti i tre casi precedenti, maggiore è la superficie dei pannelli, più rapidamente si ottiene acqua calda per uso sanitario, a temperature che possono raggiungere anche i 70/80°C.

La convenienza ad installare pannelli solari non dipende dalla latitudine in cui si vive, ma dalla radiazione solare annua. In Calabria, dove l'irraggiamento è alto, si ottiene un risparmio energetico anche dell'80%.

- **CELLE FOTOVOLTAICHE**



Le celle fotovoltaiche servono per la trasformazione diretta della luce solare in energia elettrica mediante l'impiego di dispositivi che utilizzano l'effetto fotovoltaico.

Un impianto fotovoltaico è composto da:

1. **CELLA FOTOVOLTAICA**: costituita da silicio, un materiale semiconduttore che, in condizioni standard ($t = 25^{\circ}\text{C}$; irraggiamento = 1000 W/m^2) è in grado di produrre una potenza $P \approx 1.5 \text{ W}$. Tali celle vengono assemblate e collegate fra loro in un'unica struttura, detta "MODULO FOTOVOLTAICO"; più moduli FV vengono collegati in serie per formare una "STRINGA"; successivamente le stringhe vengono collegate in parallelo e formano il cosiddetto "GENERATORE FV";
2. **INVERTER**: che permette il trasferimento dell'energia del sistema FV all'utenza, in quanto trasforma la corrente continua prodotta dai moduli FV in corrente alternata.

Gli impianti fotovoltaici, a loro volta, possono essere suddivisi in due categorie:

1. IMPIANTI ISOLATI (stand – alone):

impianti la cui energia prodotta in esubero viene accumulata in apposite batterie;

2. IMPIANTI COLLEGATI ALLA RETE ELETTRICA (grid – connected):

tali sistemi, oltre a produrre energia elettrica per l'utenza, immettono in rete l'energia in esubero.

Attualmente uno degli impianti fotovoltaici più grandi del mondo si trova a Serre Persano (in provincia di Salerno) ed è costituito da 50.000 pannelli che coprono una superficie pari a 30.000 m². Esso è in grado di produrre una potenza elettrica di 3,3 MW, sufficiente per rifornire energia a un paese di 10.000 abitanti!

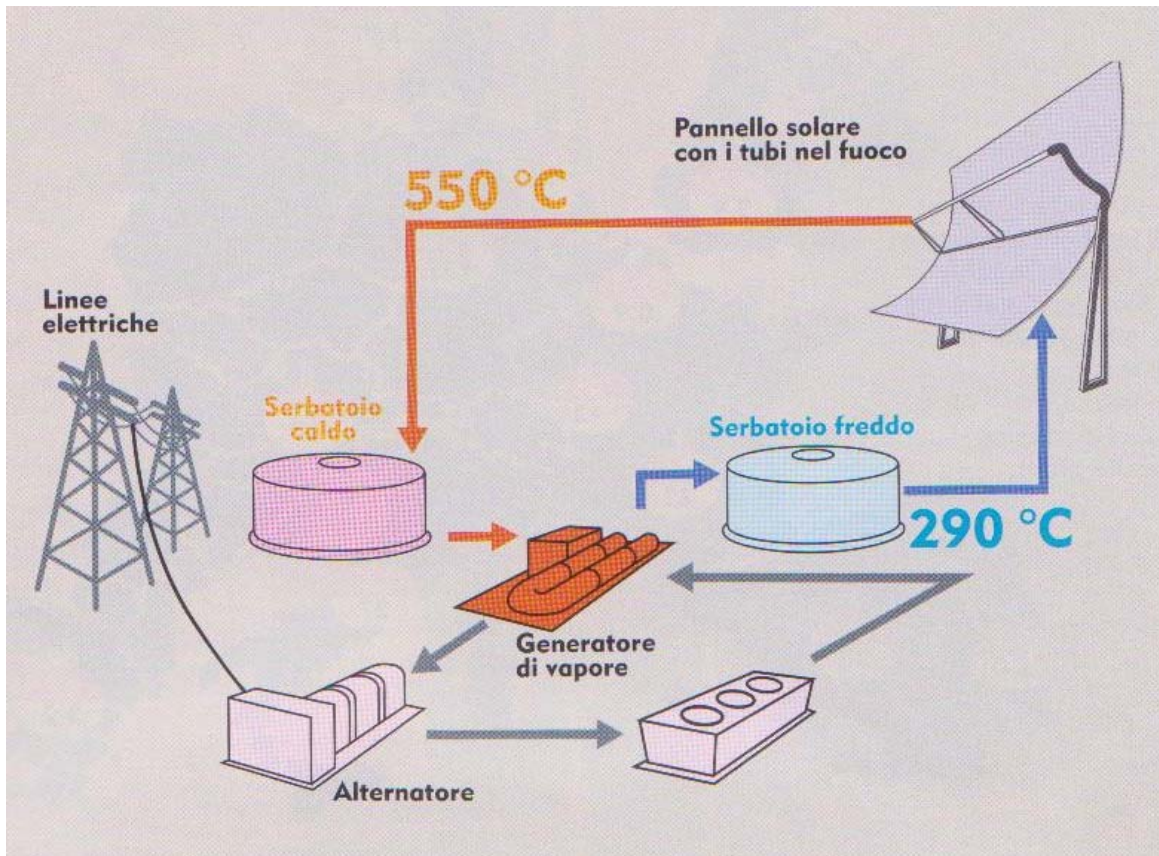
Finché c'è il sole l'energia prodotta in più (rispetto alle necessità del produttore - utilizzatore) dall'impianto fotovoltaico finisce direttamente nella rete elettrica pubblica, mentre quella che occorre confluisce nella rete privata e alimenta direttamente elettrodomestici ed illuminazione. Viceversa, quando occorre più energia di quella che viene prodotta (di notte o in stagioni con poco sole), l'elettricità viene rivenduta in bolletta dal gestore. Per effettuare tale scambio, l'impianto fotovoltaico è collegato a tre contatori. Il primo è collocato dal gestore e conteggia tutta l'energia prodotta dall'impianto. Il secondo contatore rileva gli effettivi kWh immessi nella rete nazionale (quelli corrispondenti al surplus), mentre il terzo contatore è un normale contatore di casa, che indica il consumo energetico dell'abitazione.

- **SOLARE TERMODINAMICO**

Carlo Rubbia, Premio Nobel per la Fisica nel 1984³, ha recentemente realizzato l'impianto più innovativo per ricavare energia dal sole. Tale progetto, inizialmente sviluppato con l'ENEA⁴, è ispirato a quanto accadde a Siracusa 212 anni prima di Cristo, quando Archimede utilizzò degli specchi per concentrare i raggi del sole sulle navi romane che assediavano la sua città. La "centrale Archimede", che inizialmente doveva sorgere a Priolo Gargallo, in Sicilia, avrà, invece, sede in Spagna, dove un buon gruppo di imprese private sta realizzando la più grande concentrazione di centrali solari del mondo, basate sul progetto che Rubbia ha sviluppato negli anni scorsi.

³ Per la scoperta delle particelle che trasportano la forza elettrodebole (una delle forze fondamentali della natura).

⁴ Ente Nazionale Energie Alternative.



La centrale solare termodinamica di Rubbia è basata su specchi parabolici, con apertura di 5,76 m, adatti ad una produzione industriale, costituita da pannelli a nido d'ape di 2,5 cm di spessore. Ogni specchio concentra il calore del sole su un tubo posto nel fuoco della parabola, formato da una struttura coassiale di due cilindri concentrici: un tubo di vetro esterno da 11,5 cm di diametro e uno d'acciaio interno da 7 cm di diametro all'interno del quale scorre un fluido in grado di immagazzinare elevate quantità di calore. Il fluido che scorre all'interno del tubo ricevitore è una miscela di sali, 60% di nitrato di sodio e 40% di nitrato di potassio, che trasporta il calore a 550°. Questo sale, ampiamente usato come fertilizzante, è economico, facilmente reperibile e soprattutto compatibile con l'ambiente. Dal serbatoio, denominato "serbatoio caldo", i sali vengono inviati a uno scambiatore di calore, dove viene prodotto vapore che, come nelle centrali elettriche tradizionali, aziona una turbina e genera energia elettrica. Il fluido che ha ceduto parte del suo calore convogliato in un "serbatoio freddo" a 290° è, quindi, rimesso nel ciclo. Il calore accumulato nel serbatoio caldo serve a compensare le irregolarità dell'irraggiamento solare e a fornire energia anche di notte.

Per mezzo di un complesso algoritmo il computer centrale calcola la migliore inclinazione degli specchi ai fini della concentrazione dei raggi.



Producendo energia elettrica dal sole, si calcola che un tale impianto eviterà l'immissione in atmosfera di circa 7300 tonnellate l'anno di CO₂, con un risparmio di circa 2400 tonnellate equivalenti di petrolio l'anno. Archimede, che probabilmente entrerà in funzione nel 2009, avrà il più alto rendimento fra gli impianti solari già esistenti e produrrà energia elettrica dal sole sempre, anche di notte o quando il cielo è coperto.

L'energia solare è una fonte rinnovabile ed è disponibile ovunque. Inoltre, la conversione fotovoltaica dell'energia solare non causa l'immissione di inquinanti nell'atmosfera. Il problema principale nell'utilizzazione di questa energia è che essa giunge sulla superficie terrestre con una intensità limitata; perciò il suo sfruttamento richiede l'installazione di impianti di notevole estensione. Inoltre, l'irraggiamento solare subisce notevoli variazioni nel corso del tempo, a causa dell'alternanza giorno – notte e delle variazioni climatiche stagionali, per cui non garantisce una fornitura energetica costante. Infine, l'energia solare è disponibile in grandi quantità in luoghi in cui è inutilizzabile, come nei deserti, mentre scarseggia nei luoghi dove si consuma molta energia, come nei paesi industrializzati del Nord.

ENERGIA EOLICA

L'energia eolica utilizza l'energia del vento, trasformandola dapprima in energia meccanica e poi in energia elettrica.

Gli esseri umani hanno utilizzato con successo la forza del vento sin dall'antichità. L'energia eolica è, alla fine, anch'essa una risorsa fornitaci dal sole e si crea, principalmente, per le differenze di temperatura fra la terra, l'aria e il mare e, chiaramente, tra le calotte polari e l'equatore. La potenza contenuta nel vento rappresenta un'enorme fonte di energia, tuttavia l'utilizzo industriale di questa fonte rinnovabile si sta sviluppando solo negli ultimi tempi grazie agli aerogeneratori, che trasformano direttamente con un buon rendimento l'energia eolica in energia elettrica. Tali dispositivi derivano dai tradizionali mulini a vento e sono costituiti essenzialmente da un rotore, formato da alcune pale fissate su un mozzo e progettate per trasformare in energia meccanica una parte dell'energia cinetica del vento che le investe. Il rotore alimenta un alternatore, che genera, infine, l'energia elettrica.



Attualmente ci sono circa 20.000 turbine a vento connesse alla rete elettrica ed operative in tutto il mondo.

Rispetto alle altre fonti rinnovabili di energia, l'energia eolica si distingue per i seguenti vantaggi:

1. E' continuamente disponibile e non inquinante e può essere utilizzata per compiere svariati lavori: meccanici ed elettrici;
2. La sua utilizzazione pratica non richiede particolari modifiche al modo di vivere;
3. E' disponibile sia di giorno che di notte e, in zone temperate, è disponibile in modo proporzionale alla richiesta;
4. I meccanismi che sfruttano l'energia eolica non richiedono necessariamente tecnologie d'avanguardia;
5. Ecologicamente parlando non è assolutamente inquinante e non influisce per nulla sugli ecosistemi in cui è inserita.

Per contro, però:

1. Non tutti i luoghi del pianeta risultano idonei all'installazione degli impianti eolici – per l'irregolarità dei venti in certe Regioni, oppure per la loro debolezza, visto che per essere sfruttabili devono soffiare a una velocità non inferiore ai 4 m/s e per almeno un centinaio di giorni all'anno;
2. A causa degli elevati costi di trasporto non sono adatti quei siti lontani dai luoghi di utilizzo;
3. La tecnologia sinora elaborata non consente di creare stazioni eoliche in grado di fornire grandi quantitativi di energia.
4. Per sfruttare bene il vento occorrono spazi aperti e, soprattutto bisogna avere la possibilità di collocare l'impianto eolico a una certa distanza dalle abitazioni perché i rotori, anche i più piccoli, sono comunque rumorosi.

La forza del vento, comunque, può costituire un'eccellente fonte energetica alternativa per le aziende agricole o per le costruzioni più isolate. Inoltre questa forma di energia risulta senz'altro competitiva, sia dal punto di vista economico, sia dal punto di vista ambientale.

In Italia l'installazione dei generatori eolici attraversa una fase ancora sperimentale. Le zone giudicate interessanti sono: il crinale appenninico, le fasce costiere delle regioni meridionali, le isole del basso Tirreno e Pantelleria.

ENERGIA IDRICA

Tale forma di energia è dovuta alle grandi masse di acqua che scendono da quote elevate verso valle. Per energia idroelettrica, dunque, si intende quel tipo di energia che sfrutta la trasformazione dell'energia potenziale gravitazionale (posseduta da masse d'acqua in quota) in energia cinetica nel superamento di un dislivello, la quale energia cinetica viene trasformata, grazie ad un alternatore accoppiato ad una turbina, in energia elettrica. L'energia idroelettrica viene ricavata dal corso di fiumi e di laghi grazie alla creazione di dighe e di condotte forzate. Esistono vari tipi di diga:

- nelle “centrali a salto” si sfruttano grandi altezze di caduta disponibili nelle regioni montane;
- nelle “centrali ad acqua fluente” si utilizzano invece grandi masse di acqua fluviale che superano piccoli dislivelli; per far questo, però, il fiume deve avere una portata considerevole e un regime costante.

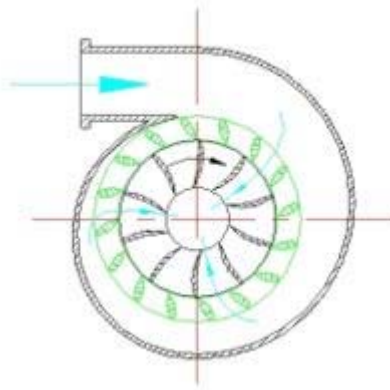
L'acqua di un lago o di un bacino artificiale viene convogliata, attraverso condutture forzate, a valle trasformando così la sua energia potenziale in energia di pressione e cinetica grazie al distributore e alla turbina. L'energia cinetica viene poi trasformata attraverso il generatore elettrico, grazie al fenomeno dell'induzione elettromagnetica, in energia elettrica. Per permettere di immagazzinare energia e di averla a disposizione nel momento di maggiore richiesta, sono state messe a punto centrali idroelettriche di pompaggio e di generazione.

- nelle “centrali idroelettriche di pompaggio” l'acqua viene pompata nei serbatoi a monte sfruttando l'energia prodotta e non richiesta durante la notte cosicché di giorno, quando la richiesta di energia elettrica è maggiore, si può disporre di ulteriori masse d'acqua da cui produrre energia.

Questi impianti permettono di immagazzinare energia nei momenti di disponibilità per utilizzarla nei momenti di bisogno.

- nelle “centrali idroelettriche di generazione” l'acqua viene convogliata su una o più turbine che ruotano grazie alla spinta dell'acqua. Ogni turbina è accoppiata a un alternatore che trasforma il movimento di rotazione in energia elettrica. La velocità dell'acqua viene generata attraverso un salto. In genere viene creato un lago

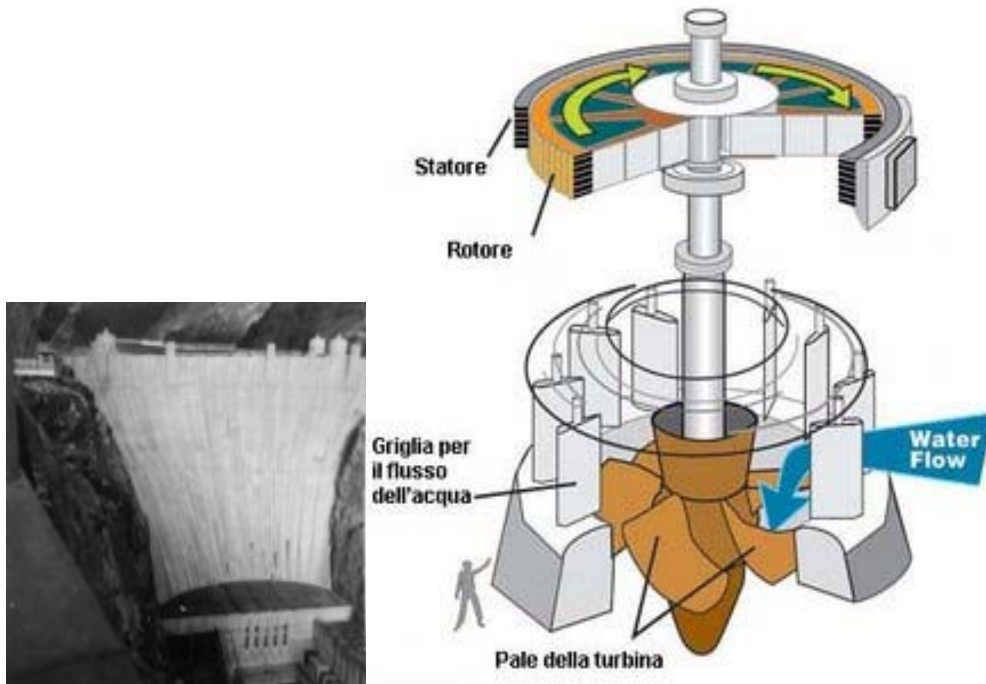
artificiale per mezzo di una diga. Quindi l'acqua viene convogliata in una condotta che risulta forzata nell'ultima parte. Tra il lago a monte e la turbina c'è il pozzo piezometrico che serve a smorzare l'energia dell'acqua quando la turbina viene fermata, evitando così il poderoso colpo d'ariete.



In alcune centrali l'acqua viene ripompata dal bacino di valle al bacino di monte durante la notte utilizzando l'energia elettrica in eccesso (e a basso costo) non diversamente accumulabile. Le masse d'acqua giacenti a monte saranno poi riutilizzate nelle ore di maggiore richiesta energetica (in genere a metà mattina e a metà pomeriggio). Le centrali idroelettriche infatti hanno la peculiarità di poter essere attivate e disattivate in pochi minuti, garantendo la fornitura di energia elettrica proprio nei momenti di maggior bisogno. Quest'ultimo tipo di centrali sono dette **impianti ad accumulazione**. In essi si realizzano gruppi ternari di macchine, ossia la turbina, la pompa e il macchinario elettrico che, essendo reversibile, funziona all'occorrenza da generatore e da motore. In taluni impianti è altresì possibile sfruttare la reversibilità di talune turbine, come ad esempio la Turbina Kaplan, che nel suo funzionamento inverso funziona da pompa, riducendo i costi di impianto e di manutenzione, a fronte di una accettabile perdita di rendimento. L'energia idroelettrica prodotta da queste centrali è ovviamente da classificarsi come energia rinnovabile in quanto l'acqua può essere riutilizzata infinite volte per lo stesso scopo senza depauperamento.

La produzione di energia idroelettrica può avvenire anche attraverso lo sfruttamento del moto ondoso, delle maree e delle correnti marine. In questo caso si parla di energia mareomotrice.

Grazie all'acqua si ottiene su tutta la terra circa il 6.7% del complessivo fabbisogno energetico e oltre il 20% dell'energia consumata.



Il Terzo Mondo continua a fare affidamento su questa risorsa economicamente conveniente e pulita, ma messa in discussione a causa del grave impatto ambientale. I bacini artificiali, infatti, sconvolgono i precedenti equilibri, distruggono foreste e risorse faunistiche e generano serie ripercussioni sul clima. Il problema ambientale è costituito dal fatto che gli sbarramenti (dighe) creano il blocco del trasporto solido dei fiumi (sabbie e ghiaie) creando

un certo squilibrio nel corso d'acqua a valle (erosione del letto del fiume) fino al mare (erosione delle coste).

Nei Paesi a più avanzato sviluppo economico la preferenza per le centrali idriche non è venuta meno, ma si tende a privilegiare gli impianti piccoli, dal minor impatto ambientale. Oggi la tecnologia consente di ottenere energia a prezzi convenienti dando vita, così, all'installazione di impianti non solo nelle Regioni di montagna, ma anche in quelle di pianura.

Nel nostro Paese l'energia idroelettrica ha giocato un ruolo particolarmente importante dalla metà degli anni Venti fino agli anni Cinquanta. Negli ultimi venti anni si è registrato un sensibile calo, con un tasso che oggi tocca appena il 10% poiché la forte crescita dei consumi energetici è stata fronteggiata per lo più con il ricorso alle centrali termoelettriche. L'utilizzazione dell'acqua, però, garantisce una produzione sicura; ed assume un notevole valore socio – economico e consente di creare numerosi posti di lavoro in aree lontane dai centri economici, ad esempio, dell'Altipiano.

ENERGIA GEOTERMICA

Gli strati profondi del nostro pianeta possiedono una grande quantità di energia termica, detta energia geotermica, che può essere considerata un'energia rinnovabile, in quanto è destinata a durare quanto la terra stessa. Si tratta dell'unica energia rinnovabile non derivata dall'energia solare, poiché si sprigiona direttamente dall'interno del nostro pianeta.

Grazie a questo calore sotterraneo, in alcune località la terra stessa è in grado di produrre il vapore necessario per il funzionamento delle centrali termoelettriche. Ciò consente di risparmiare sui combustibili per l'alimentazione delle centrali, evitando anche l'inquinamento che le loro trasformazioni comportano. Il calore terrestre si manifesta principalmente con i vulcani, le sorgenti di acqua calda, i geyser, i soffioni boraciferi. Quando gli strati caldi vengono a contatto con l'acqua che filtra nel sottosuolo dalla superficie, l'acqua si riscalda fino a creare vapore, che si accumula in cavità più o meno grandi e profonde. Perforando opportunamente il sottosuolo in corrispondenza di tali cavità, si può liberare il vapore contenuto in esse e sfruttarlo per produrre energia elettrica.



In una centrale geotermica il calore terrestre si sostituisce alla caldaia di una centrale termica per produrre il vapore necessario a muovere le turbine collegate agli alternatori. Nonostante tale forma di energia venga considerata “pulita”, anche essa provoca alcuni effetti nocivi sull’ambiente. I fluidi che affiorano in superficie contengono spesso sostanze inquinanti o tossiche e, talvolta, anche sostanze radioattive, che si liberano nell’ambiente. Inoltre, l’installazione degli impianti per lo sfruttamento dell’energia geotermica sconvolge l’assetto di vaste porzioni di territorio.

BIOMASSE

Per “biomassa” si intende ogni sostanza organica derivante, direttamente o indirettamente, dalla fotosintesi clorofilliana. Biomassa è un termine che riunisce una gran quantità di materiali di natura estremamente eterogenea. In generale si può dire che è biomassa tutto ciò che ha natura organica, con esclusione delle plastiche di origine petrolchimica e dei materiali fossili, come petrolio e carbone.

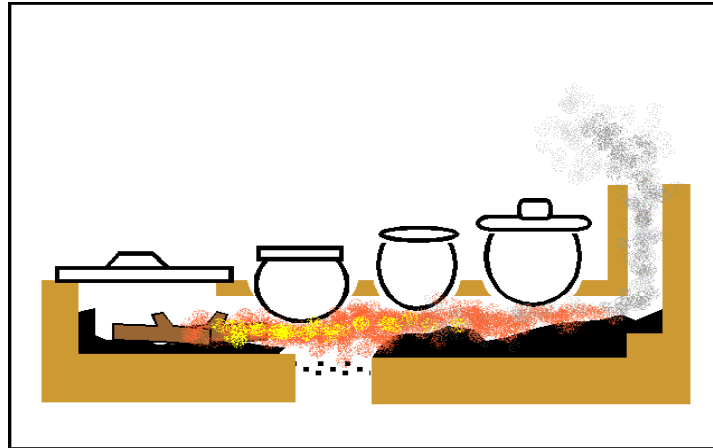
Le più importanti tipologie di biomassa sono residui forestali, scarti dell’industria di trasformazione del legno (trucioli, segatura, ecc.), scarti di aziende zootecniche, scarti mercantili, alghe e colture acquatiche e rifiuti solidi urbani.

L’utilizzo delle biomasse per scopi energetici (bioenergia) è probabilmente il più conosciuto.

Il modo più ovvio di estrarre energia dalla biomassa è quello di darle fuoco. Il processo di incenerimento⁵ è la via forse più seguita, soprattutto nel campo dei R.S.U. e nel Terzo

⁵ E’ un processo che si applica soprattutto ai rifiuti che hanno un’umidità inferiore al 15%; in caso contrario è necessario sottoporre il materiale ad una disidratazione, con conseguente spreco di energia. Esistono

Mondo un tale uso della biomassa – anche se non è controllato – è certamente responsabile di una grossa porzione dell’energia prodotta da biomassa nel mondo, la quale costituisce il 15% dei consumi energetici mondiali.



Ma bruciare la biomassa non è l’unico modo di estrarre energia. Si può procedere, infatti, anche nei tre modi seguenti:

- **GASIFICAZIONE**

L’uso tipico di tale processo produce una miscela gassosa infiammabile di idrogeno, monossido di carbonio e metano, oltre a prodotti non infiammabili. Questo risultato viene ottenuto in parte bruciando e in parte facendo cuocere la biomassa (utilizzando il calore della combustione parziale) in presenza di carbone (un sottoprodotto naturale della combustione di biomassa). Il gas così ottenuto può essere usato al posto della benzina e riduce la potenza di uscita dell’autoveicolo del 40%.

- **DIGESTIONE ANAEROBICA/GASIFICAZIONE**

Se un opportuno “cocktail” di batteri viene aggiunto a biomassa ed acqua in un contenitore sigillato (in modo che non vi entri ossigeno), il contenuto presto fermenta. Il prodotto della fermentazione è principalmente metano (un gas infiammabile, lo stesso che si usa per il riscaldamento e la cucina in casa), eccellente combustibile. Questo processo elimina la biomassa dall’acqua e può, quindi, essere utilizzato anche in un impianto di depurazione.

- **FERMENTAZIONE**

inceneritori di grande taglia che producono vapore da utilizzarsi per usi industriali e per la generazione di energia elettrica. Essi sono destinati allo smaltimento dei rifiuti organici di città e sono stati recentemente oggetto di critiche per la possibilità che dai camini (a causa della combustione di materie plastiche) si sprigionino sostanze ad alta tossicità.

Se la biomassa usata proviene da (o può essere trasformata in) zucchero, allora si può aggiungere lievito. La fermentazione che ne segue produce alcool, che è un combustibile ad alto potere energetico e, quindi, molto indicato per alimentare autoveicoli. Questo processo è stato utilizzato con successo in Brasile.

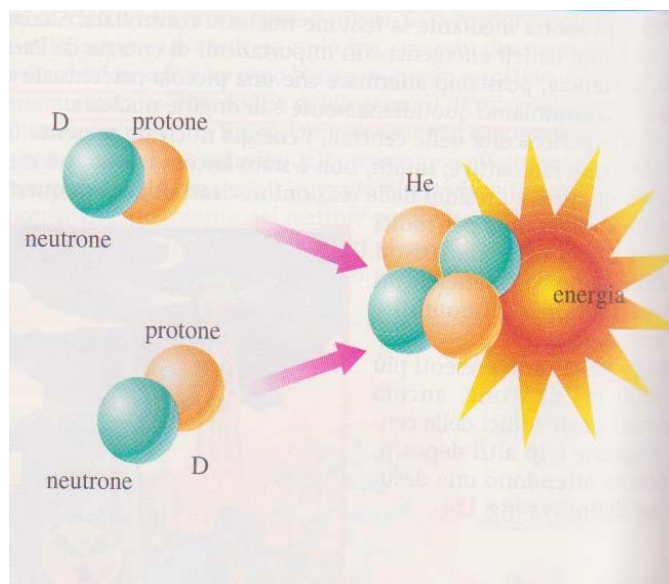
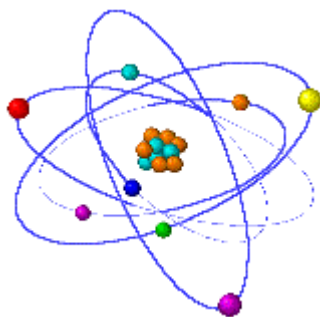
Relativamente al settore dei trasporti, pertanto, i **biocombustibili** liquidi, o **biocarburanti**, rivestono un ruolo importante nella definizione della nuova politica energetica ed ambientale europea e tale importanza è stata riconosciuta con l'emanazione della Direttiva n° 2003/30/CE dell'8 maggio 2003, che prevede il raggiungimento per ogni stato membro di obiettivi indicativi di sostituzione dei carburanti derivanti dal petrolio con biocarburanti per una quota pari al 2% nel 2005 e fino al 5,75% nel 2010. Più in generale, alla luce dei nuovi indirizzi della Politica Agricola Comune (PAC), la bioenergia e la green chemistry sono considerate una delle opzioni principali per lo sviluppo dell'agricoltura non-alimentare, ritenuta di primaria importanza per il futuro dell'intero comparto agricolo ed agro-industriale europeo.

La potenzialità del mercato della produzione di energia dai rifiuti e biomasse è elevata soprattutto in Italia, dove il numero di impianti esistenti è molto più basso rispetto ad altri Paesi europei; inoltre, per quanto riguarda i rifiuti, il quantitativo è in costante aumento, le discariche stanno per esaurirsi e non potranno più essere utilizzate come in passato.

I prodotti di rifiuto, sia civili che industriali, hanno una potenzialità energetica che deve essere valorizzata al massimo; questo valore potenziale, perciò, non può che portare ad una sempre maggiore considerazione della risorsa rifiuti.

ENERGIA NUCLEARE

L'energia nucleare è una forma di energia immagazzinata nel nucleo dell'atomo, responsabile dei legami che tengono uniti i suoi costituenti. Tali legami sono realizzati mediante l'interazione forte, intesa tra le quattro forze fondamentali esistenti in natura. Nel corso di determinate reazioni nucleari, parte di questa energia viene liberata all'esterno sotto forma di energia cinetica dei prodotti di reazione o di radiazione elettromagnetica; può quindi essere raccolta e convertita in altra forma per usi commerciali, scientifici e militari.



FONTI NUCLEARI

URANIO:

Elemento metallico radioattivo, di simbolo U, e numero atomico 92, usato come combustibile nei reattori nucleari. L'uranio appartiene alla serie degli attinidi. Fu scoperto nel 1789 dal chimico tedesco Martin Heinrich Klaproth, fu isolato allo stato metallico nel 1841.

Le proprietà radioattive dell'uranio vennero scoperte nel 1896 dal fisico francese Antoine-Henri Becquerel durante l'analisi di un'immagine ottenuta, grazie all'azione dei sali fluorescenti di solfato di uranile di potassio, su una lastra fotografica da un sottile strato di sostanza fotoassorbente. Gli studi sulla radioattività portarono alla scoperta del radio e alla definizione di nuovi concetti sulla struttura atomica. L'uranio fonde a circa 1132°C , bolle a 3818°C , ha densità relativa 19,05 alla temperatura di 25°C , e peso atomico 238,029.

Dopo la scoperta della fissione nucleare, l'uranio divenne un metallo di importanza strategica, utilizzato principalmente per la produzione di energia nei reattori nucleari, ma

anche nelle armi nucleari. Durante le tre conferenze internazionali per gli usi pacifici dell'energia nucleare tenute a Ginevra nel 1955, 1958 e 1964, si discusse le applicazioni pacifiche di questa fonte energetica. Il potenziale dell'uranio come fonte di energia divenne evidente nel 1954 con il varo del primo sottomarino nucleare, il Nautilus.

Gli impianti tradizionali per produrre 60.000KW di elettricità, consumano diciotto milioni di Kg di carbonio al mese, mentre un impianto nucleare usa solo 7 Kg di uranio. Tuttavia, problemi di scarsità di uranio, sicurezza degli impianti e accumulo di dei rifiuti radioattivi di uranio e plutonio hanno impedito la totale conversione degli impianti tradizionali in impianti nucleari. I minerali di uranio sono presenti in tutto il mondo; in particolare depositi di pechblenda, il minerale più ricco di uranio la maggior parte deriva dalla carnotite presente in Colorado, Utah, New Mexico, Arizona e Wyoming.

PLUTONIO

Elemento radioattivo di simbolo Pu e numero atomico 94; è uno degli elementi transuranici della serie degli attinidi della tavola periodica. Gli isotopi del plutonio furono preparati e studiati per la prima volta nel 1941 dal chimico Statunitense Glenn T. Seaborg. Dal punto di vista chimico è reattivo e ha proprietà simili a quelle dei lantanidi. Il metallo è argenteo, ma si ricopre di una patina giallastra di ossido se esposto all'aria. Esiste in sei forme cristalline e presenta quattro diversi stati di ossidazione. Il plutonio fonde a 640°C, bolle a 3235°C e ha densità relativa 19,84. Il plutonio è un elemento fissile ed è quindi usato come combustibile nucleare e nella fabbricazione di armi nucleari.

DEUTERIO

Isotopo stabile e non reattivo dell'idrogeno, di simbolo D e numero di massa 2. Viene comunemente detto idrogeno pesante perché, pure avendo massa pressoché doppia di quella dell'idrogeno, presenta caratteristiche chimiche analoghe; costituisce lo 0,02% dell'idrogeno presente in natura, e ha punto di ebollizione 249,49°C.

Scoperto nel 1932 dal chimico statunitense Harnold Urey, il deuterio fu il primo isotopo in forma pura. Tra i vari metodi usati per la sua preparazione, i più efficaci sono la distillazione frazionata dell'acqua e il processo di scambio catalitico tra idrogeno e acqua; può essere ottenuto per centrifugazione o distillazione frazionata di idrogeno liquido. Viene impiegato per scopi di ricerca in fisica nucleare e in biologia ed è molto usato come tracciante isotopico dello studio dei processi metabolici. Sotto forma di acqua pesante o di

deuterio di litio costituisce un componente essenziale nella produzione delle armi a fusione nucleare, le terribili bombe H.

L'ENERGIA NUCLEARE E LE SUE APPLICAZIONI

L'era dello sfruttamento dell'energia atomica iniziò nel 1942. Fu allora che a Chicago, negli Stati Uniti un gruppo di fisici guidati da Enrico Fermi realizzò il primo reattore nucleare meglio noto come pila atomica. Per mezzo di questo dispositivo l'uomo fu in grado di fare avvenire la fissione (scissione) di nuclei atomici e di liberare in questo modo la quantità di energia racchiusa nella materia.

REATTORI NUCLEARI

Il reattore nucleare è un impianto in cui si alimenta e si controlla una reazione nucleare a catena, finalizzata alla produzione di energia di armi naturali o alla ricerca scientifica. Esistono due tipi di reazioni nucleari: a fissione e a fusione.

I principali componenti di un **reattore a fissione** sono il combustibile, il moderatore e il sistema di raffreddamento. I primi due elementi costituiscono il nocciolo del reattore, la zona in cui hanno la reazione nucleare; il sistema di raffreddamento invece circonda il nocciolo e preleva il calore prodotto trasferendolo alle turbine.

1)**combustibile**: è costituito da un materiale fissile, un composto di un elemento pesante come il plutonio e l'uranio. I nuclei di questi elementi hanno la proprietà di andare incontro a fissione, spontaneamente o in seguito all'urto con altre particelle.

2)**moderatore**: è una sostanza che viene inserita nel nocciolo della maggior parte dei reattori, per rallentare i neutroni emessi come prodotti secondari nella fissione del combustibile.

3)**sistema di raffreddamento**: preleva il calore prodotto dal nocciolo e lo trasferisce alle turbine. Nella maggior parte degli impianti il sistema di raffreddamento è composto da due circuiti: il calore prodotto nel nocciolo del reattore viene prelevato dal circuito primario e, attraverso uno scambiatore, viene trasferito ad un circuito secondario dove ha luogo la trasformazione in vapore; questo aziona le turbine del generatore che produce energia elettrica. Il liquido che circonda il sistema può essere acqua o nel caso dei reattori autofertilizzanti, un metallo liquido come il sodio.

Vi sono, poi, **due tipi di reattori ad acqua leggera commerciale**: il **reattore ad acqua in pressione (PWR)** e il **reattore ad acqua bollente (BWR)**. La differenza principale tra i

due sistemi sta nella separazione, caratteristica del reattore di tipo PWR, tra il fluido termovettore proveniente dal nocciolo e vapore che viene immesso in turbina. Nel sistema BWR, infatti, il vapore prodotto per ebollizione nel nocciolo nucleare passa in turbina.

Nel sistema PWR il vapore che viene immesso nella turbina è invece prodotto in uno scambiatore di calore secondario. Attraverso il nocciolo del reattore e sul lato primario dello scambiatore circola acqua mantenuta ad una pressione sufficiente perché non avvenga l'ebollizione. Nei reattori commerciali ad acqua leggera gli elementi di combustibile sono costituiti da una pila di pastiglie cilindriche di uranio contenuto entro un tubo in lega di zirconio l'acqua circolando tra gli elementi di combustibili svolge sia la funzione di moderatore che di refrigerante. Tutto il nocciolo è contenuto dentro un contenitore di acciaio, nel recipiente ci sono delle aperture per l'ingresso dell'uscita del refrigerante intorno al contenitore sono predisposti dei schermi per assorbire le radiazioni nucleari.

Coloro che sono a favore dell'utilizzo del nucleare sostengono le seguenti tesi:

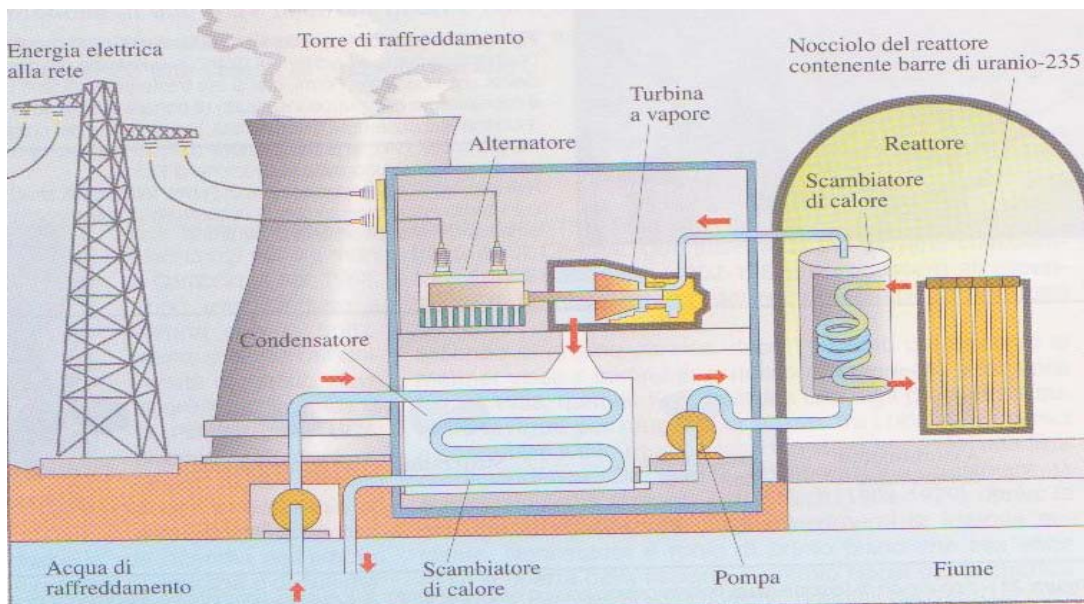
1. Le centrali nucleari sono sicure. I criteri di costruzione prevedono margini così ampi da rendere praticamente trascurabile la probabilità che si verifichino incidenti.
2. Le centrali nucleari non inquinano l'atmosfera con sostanze chimiche a differenza delle centrali a nafta e carbone che invece sono fonti di inquinamento atmosferico.
3. Le centrali non pesano sulle risorse terrestri: consumano in fatti solo piccolissime quantità di uranio, a paragone delle colossali quantità di petrolio e carbone che vengono bruciate nelle centrali termoelettriche; di conseguenza, non pongono neppure grossi problemi di trasporto delle materie prime.
4. La "strategia nucleare" prevede l'entrata in funzione di reattori autofertilizzanti in cui si otterrebbe più combustibile di quello inizialmente consumato. Ciò permetterebbe di disporre di una fonte di energia supplementare con ulteriore diminuzione dei costi.

Coloro che non sono a favore dell'utilizzo del nucleare sostengono le seguenti tesi:

1. Non è vero che le centrali nucleari sono più economiche di quelle a carbone. Anzi, il loro costo è aumentato nell'ultimo decennio assai più di quello degli impianti convenzionali.
2. Le centrali nucleari non sono affatto sicure come testimonierebbe tutta una serie di incidenti. Durante quello di Harrisburg (USA, Aprile 1979), si temette che si

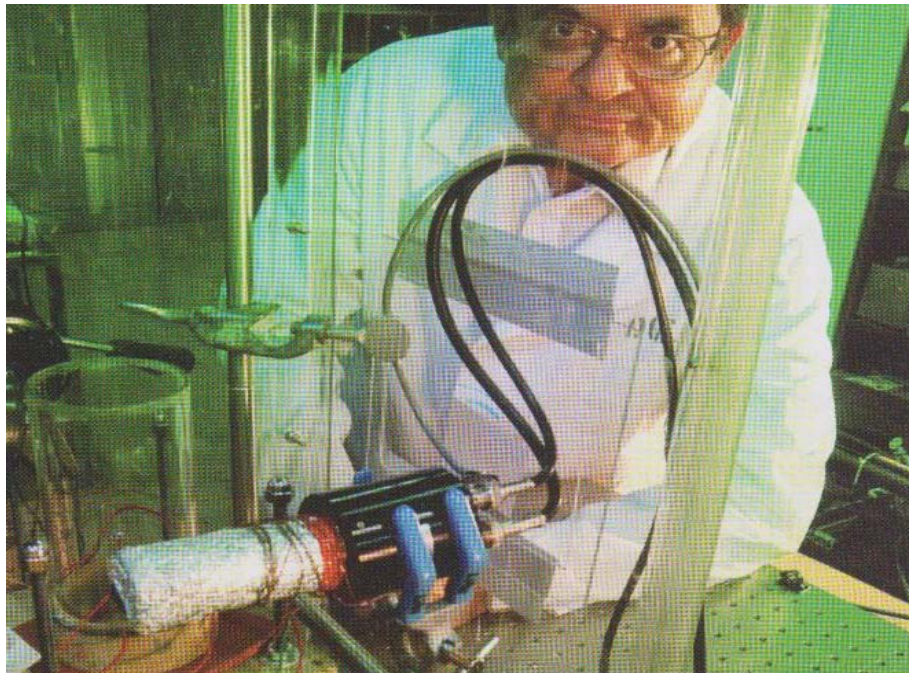
verificasse la fusione del nocciolo, con fuoriuscita nell'ambiente del materiale radioattivo del reattore, evento che si è verificato nell'aprile 1986 a Chernobyl (ex URSS) con conseguenze catastrofiche.

3. Il rischio di incidenti gravi è considerato poco probabile, tuttavia se dovesse verificarsi uno solo di questi incidenti, potrebbe avere conseguenze catastrofiche.
4. Non è stato ancora trovato un sistema sicuro per lo smaltimento definitivo delle indistruttibili scorie radioattive, che, intanto, si vanno pericolosamente accumulando in tutto il mondo e vengono semplicemente “interrate” in bunker sotterranei.
5. Le centrali nucleari richiedono enormi quantità di acqua per il raffreddamento che viene prelevata e poi scaricata calda nei corsi d'acqua e nei laghi, provocando un forte inquinamento da calore, assai dannoso per i meccanismi acquatici .
6. La necessità di sorvegliare permanentemente la centrali nucleari contro possibili attentati terroristici o azioni armate in generale potrebbe provocare una militarizzazione spinta in seno alle società, e favorire l'avvento di regimi autoritari.



Quando si parla di “reattori a fusione, si intende a “**fusione calda**”, in quanto tale processo avviene a temperature altissime. E’ bene, però, ricordare che esiste anche la possibilità

teorica di arrivare alla “**fusione fredda**”, cioè la possibilità di provocare la fusione dei nuclei atomici e la conseguente emissione di energia a temperature vicine a quelle ambientali. I primi ad aver annunciato di essere riusciti nell’impresa furono, nel 1989, M. Fleischmann e S. Pons, ma il loro lavoro fu presto screditato. Nel 2002, l’ingegnere nucleare R. Taleyarkhan ha seguito una strada diversa, conosciuta come “**cavitazione acustica**”. Egli, utilizzando onde sonore di intensità e frequenza adeguata, affermava di essere riuscito a far implodere le microbolle che si formano all’interno di un liquido (nel suo caso acetone), all’interno delle quali si raggiungono temperature altissime per frazioni di secondo. Caricando le bolle con nuclei di elementi capaci di fondere (deuterio) si potrebbe generare una quantità di fusione misurabile. Anche all’Università della California si sta lavorando sulla fusione fredda, ma seguendo una strada diversa. E’ stato costruito un mini acceleratore di particelle da tavolo (quello della foto in basso). Con un cristallo piroelettrico (materiale che produce un intenso campo elettrico quando viene scaldato) vengono sparati atomi di deuterio contro un bersaglio di deuterio, provocando la fusione dei nuclei. In questo modo è già stata osservata la produzione di circa 1.000 neutroni al secondo, scaldando il cristallo fino a 25 gradi. Segno che avviene una fusione senza l’apporto di energia esterna.



IL RISPARMIO ENERGETICO COME FONTE DI ENERGIA ALTERNATIVA

Ogni volta che si riesce ad usare meno energia (rispetto allo standard attuale), sia attraverso miglorie tecnologiche che attraverso l'eliminazione di eventuali sprechi, si ottiene un quantitativo di energia in più a disposizione, visto che non è andato perso.

Anche questa, dunque, è una vera e propria fonte di energia ... pulita ed economica!!!

Il collante di tutte le scelte energetiche, quindi, deve essere il risparmio energetico.

La gestione dell'energia nell'intento di minimizzare i consumi non è un fenomeno nuovo nell'industria dove dei programmi, chiamati "utility saving" (ideati in USA) erano volti a diminuire il consumo di acqua, elettricità, aria compressa, vapore, carburanti.

Oggi il risparmio energetico diventa una stringente esigenza reale, che in alcuni casi si configura come un fattore di successo aziendale. Questa esigenza è stata sinteticamente definita dall'Agenzia Internazionale per l'Energia (IEA) come una "sforzo strutturale organizzato volto al risparmio di energia e di petrolio senza ridurre il livello di vita e di produttività".

Un altro aspetto importante di una moderna impostazione del problema della gestione dell'energia è il suo carattere generale che coinvolge tutti i segmenti della vita di una nazione: opinione pubblica, agricoltura, industria, servizi, pubblica amministrazione, governi.

Gli strumenti legislativi in materia di risparmio energetico sono rappresentati dalle leggi nazionali (L.10/91 e seguenti), dalle norme tecniche e dalle direttive dell'UE.

Le possibili forme di risparmio energetico si diversificano a seconda del fine di azione. Gli interventi più importanti sono:

- ▶ Aumentare l'efficienza energetica nei settori della produzione di energia;
- ▶ Incrementare la produzione di energia da fonti rinnovabili;
- ▶ Aumentare l'efficienza energetica ed elettrica nei consumi finali;

Risparmiare, però, non significa necessariamente rinunciare a tutto ciò che abbiamo; il vero risparmio è meglio definibile come "**uso razionale dell'energia**".

In qualunque processo è sempre definibile un rendimento = quantità ottenuta / quantità utilizzata; tanto più è alto il rendimento, tanta meno energia è necessario utilizzare.

Il 25% dei consumi elettrici nazionali è dovuto agli elettrodomestici ed all'illuminazione; per ridurre i consumi della cosiddetta "elettricità domestica" possiamo iniziare ad usare i seguenti accorgimenti:

► **NEL SETTORE DELL'ILLUMINAZIONE:**

- ✓ Utilizzare lampade a risparmio energetico, che emettono la stessa quantità di luce, ma consumano notevolmente di meno⁶;
- ✓ Evitare lampadari a più luci, una lampada da 100 Watt fornisce la stessa di 6 lampadine da 25 W consumando il 50% in meno;
- ✓ Preferire più punti luce piuttosto che uno centrale, così la luce si distribuisce in base alle varie attività da svolgere;
- ✓ Usare il più possibile lampade a neon, che hanno un consumo inferiore a parità di luce;

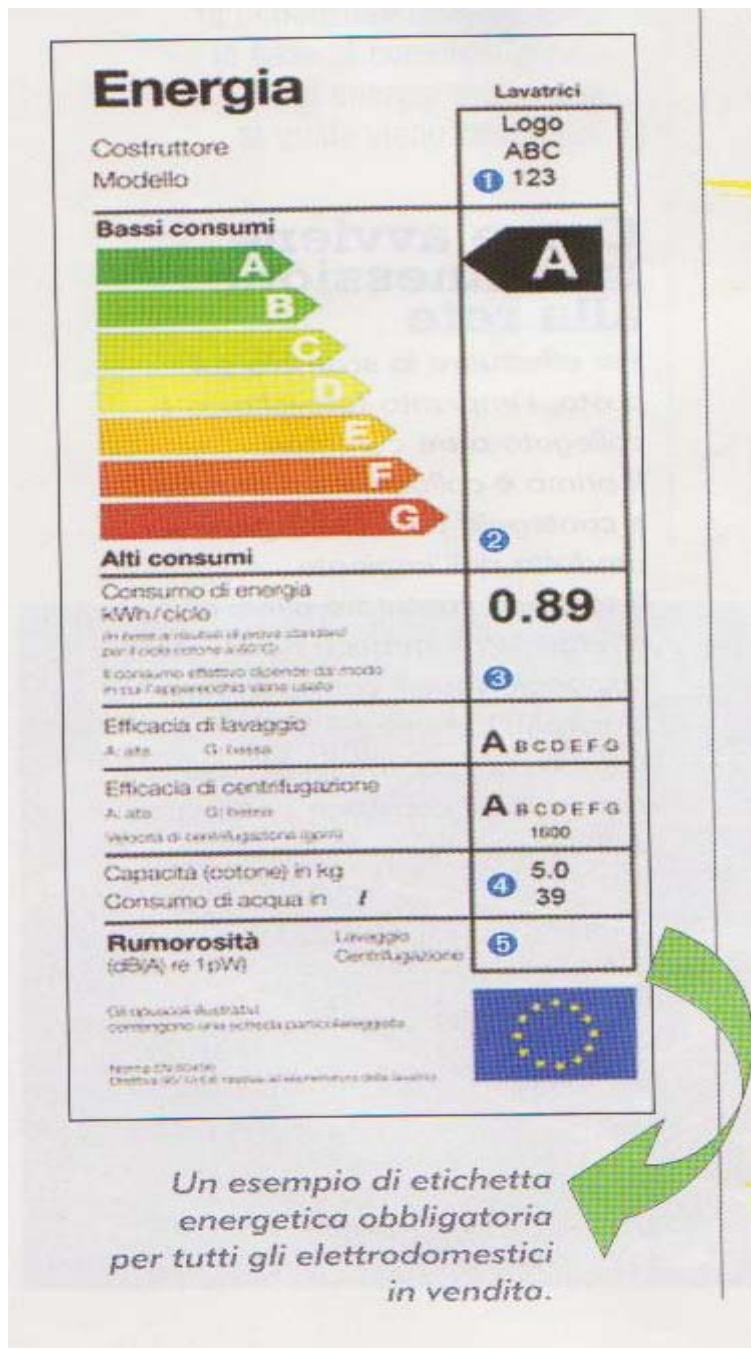
► **NEL SETTORE DEL RISCALDAMENTO:**

- ✓ Effettuare periodicamente la manutenzione di tutte le componenti dell'impianto;
- ✓ Non coprire le tubature con panni ed altri oggetti, poiché in questo modo si ostacola la circolazione dell'aria;
- ✓ Isolare termicamente gli ambienti, per evitare perdite di calore.

► **NEL SETTORE ELETTRODOMESTICI:**

Dal 1998 ogni elettrodomestico venduto in Italia deve avere la sua etichetta energetica, che ne certifica i consumi e l'impatto ambientale. Così è possibile confrontare gli apparecchi: dalla categoria A – che indica la maggiore efficienza e, quindi il minor spreco energetico – si scende nella graduatoria fino alla G, la peggiore in assoluto. Le informazioni riportate dall'etichetta variano secondo il tipo dell'elettrodomestico. Devono sempre essere presenti il nome del modello, del marchio o del produttore; la classe di efficienza energetica, il consumo annuale di energia elettrica (espresso in kWh); la capacità dell'apparecchio; il dato della rumorosità (espresso in decibel).

⁶ I Led (acronimo di Light Emitting Diode – diodo che emette luce) sono le lampadine del futuro. Esse emettono luce bianchissima producendo pochissimo calore. Sono piccole fonti di luce, ma dall'ottimo rendimento, con una durata che varia, secondo il tipo, da 1.000 a 100.000 ore. Il consumo energetico è bassissimo, non emettono radiazione ultravioletta, si accendono immediatamente e sono poco ingombranti. Per il momento, però, hanno costi elevati.



I frigoriferi e i congelatori sono ai primi posti tra gli elettrodomestici assetati di energia. Per poter effettuare risparmio energetico durante il loro utilizzo si può:

- Posizionare il frigorifero lontano da possibili fonti di calore;
- Non posizionarlo addossato alla parete, per favorire la ventilazione;
- Regolare il termostato ad una temperatura intermedia;
- Non introdurre cibi caldi, che causano la formazione di brina alle pareti;

- Tenere il frigo aperto il meno possibile, per evitare il più possibile l'abbassamento della temperatura interna e, quindi, un aumento dei consumi;

La maggior parte dell'energia consumata dalle lavatrici non serve per azionare il motore, ma per riscaldare l'acqua del bucato. In un programma a 90°C, il 90% della corrente elettrica assorbita serve a portare l'acqua alla temperatura richiesta, e passare dai 90 ai 60°C comporta un risparmio immediato del 30% dell'elettricità. Inoltre, se si utilizza la lavastoviglie, i cosiddetti programmi "eco" fanno realmente risparmiare qualcosa. E' opportuno pertanto, durante l'utilizzo di questi due elettrodomestici, usare i seguenti accorgimenti:

- Usare la lavastoviglie e la lavatrice sempre a pieno carico e con i programmi appropriati, i lavaggi intensivi consumano molta energia e vanno usati solo se realmente necessario;
- Fare lavaggi a temperature non elevate, un buon detersivo è già attivo a basse temperature;
- Usare la giusta dose di detersivo, una maggiore quantità di detersivo non lava meglio, ma inquina soltanto;

Per l'utilizzo dello scaldabagno si dovrebbe:

- Evitare di tenere lo scaldabagno sempre acceso,
- Regolare il termostato su temperature intermedie, riscaldare troppo l'acqua per poi doverla miscelare con acqua fredda è inutile e fa aumentare le dispersioni termiche attraverso le pareti dello scaldabagno;
- Installare lo scaldabagno vicino al punto di utilizzo, si evitano inutili dispersioni di calore dell'acqua calda attraverso lunghe tubazioni;

Il forno elettrico incide considerevolmente sulla bolletta dell'energia. Gli accorgimenti per risparmiare sono abbastanza intuitivi:

- Meglio un forno ventilato: i cibi si cuociono in minor tempo e il risparmio aumenta;
- Quando è possibile, evitare il preriscaldamento e inserire la pietanza senza attendere il raggiungimento della temperatura di cottura;
- Sempre compatibilmente con la pietanza, spegnere il forno in anticipo: il calore perdura e la cottura proseguirà fino a compimento, risparmiando energia.

Televisori, decoder, computer, videoregistratori consumano anche quando sono in stand by, cioè nella funzione di attesa. Ad esempio, i decoder digitali, terrestri e satellitari, consumano i stand by circa 175 kWh annui: come un frigorifero di classe A++. Per risparmiare, quindi, il consiglio è molto semplice: evitare di lasciare gli elettrodomestici in stand – by e spegnere del tutto gli elettrodomestici, almeno di notte, quando nessuno li usa. Un comodo espediente è quello di collegare tutte le elettroniche alla corrente elettrica tramite una ciabatta multiprese con un interruttore: basterà spegnere quest'ultima per scollegare tutti gli stand by; ma attenzione: alcuni apparecchi, se spenti, perdono la programmazione!

2007

Progetto Quaderni di Matematica e Fisica A.S. 2006-2007

Dal Pendolo ai Quarks Una occhiata alle carte di “Dio” e ai suoi “Entanglement”



*“Se il nostro solo strumento è un martello,
ogni problema da affrontare assomiglierà
ad un chiodo da battere”.*

Prof. Fabrizio Tone

Liceo Scientifico Leonardo da Vinci

10/06/2007

Dal Pendolo ai Quarks

Riflessioni sulla Fisica del Novecento e sulle sue “stranezze”

1. Soluzioni dell'equazione di Schrödinger

Scrivere l'equazione di Schrödinger di un problema quantistico è solo l'inizio dell'avventura che porta alla conoscenza della fisica moderna; una volta che l'equazione formale del sistema fisico in studio è stata scritta, occorre saperla risolvere al fine di poter ricavare le funzioni d'onda da cui calcolare le proprietà del sistema stesso. La matematica coinvolta nel processo di soluzione dell'equazione di Schrödinger raramente è banale, e non è possibile cercare di analizzarla nel dettaglio; tuttavia è possibile cercare di capire un po' più a fondo come si proceda in tre casi concreti, fortemente idealizzati ma di importanza enorme, che permettono sia di riflettere sugli argomenti che interessano maggiormente (come gli atomi, i reticoli, la loro stabilità e il loro comportamento, ecc...), sia di aggiungere qualche cosa di nuovo.

Si comincia dall'equazione di Schrödinger, nella forma generale

$$H\psi = ih \frac{\partial \psi}{\partial t}$$

dove H è l'hamiltoniana di un sistema fisico generico. Come è noto, questa equazione permette di calcolare la funzione d'onda $\psi(t)$ del sistema e come essa evolva nel tempo. È tuttavia consueto semplificare il problema matematico della soluzione dell'equazione di Schrödinger limitandosi allo studio dei cosiddetti stati stazionari, ovvero stati in cui l'energia totale del sistema è definita e si mantiene costante nel tempo. Intuitivamente, si può pensare a questi stati come l'analogo quantistico di problemi meccanici in cui l'assenza di attriti e di forze esterne permette in ogni istante la conservazione dell'energia meccanica totale. Questi temi vengono discussi nello studio della Meccanica Analitica. Per ora è sufficiente limitarsi ad osservare, senza dimostrarlo matematicamente, che la funzione d'onda di uno stato stazionario di un qualunque problema quantistico può essere scritta fattorizzando la dipendenza dal tempo, ovvero

$$\psi(x; t) = \psi_E(x) e^{-i \frac{E}{\hbar} t}$$

La funzione d'onda può essere scritta come il prodotto di due fattori: $\psi_E(x)$ è la funzione d'onda stazionaria del problema, dipende solo dalla coordinata spaziali x e il pedice E indica che si tratta di una soluzione dell'equazione di Schrödinger per valori di energia costanti e pari ad E , mentre il secondo fattore rappresenta l'evoluzione temporale della funzione d'onda secondo quanto imposto dall'equazione di Schrödinger. Se si accetta che tale fattorizzazione sia possibile (cosa dimostrabile), la funzione d'onda stazionaria obbedisce ad una forma semplificata dell'equazione di Schrödinger, detta anch'essa equazione di Schrödinger stazionaria, che assume questa forma:

$$\mathbf{H}\psi_E(x) = E\psi_E(x)$$

La dipendenza dal tempo è naturalmente sparita (non c'è più il termine di derivata della funzione d'onda rispetto al tempo), e il problema diventa quello di trovare le funzioni $\psi_E(x)$ che, sotto l'azione dell'operatore hamiltoniano \mathbf{H} danno soluzioni ad energia costante E . A titolo di nomenclatura, senza pretesa qui di giustificare il perché di tali termini, un problema descritto dall'equazione di Schrödinger stazionaria appartiene ad una classe di problemi matematici descritti dalle cosiddette *equazioni agli autovalori*; nel caso specifico, i valori costanti di energia E sono detti *autovalori* dell'operatore \mathbf{H} .

2. OSCILLATORE ARMONICO

Fatte queste brevi premesse, è possibile affrontare, sommariamente, lo studio di un problema apparentemente semplice ed astratto, ma che in realtà ha dietro di sé un sacco di matematica piuttosto complicata e un'importanza fisica impressionante: si sta parlando **dell'oscillatore armonico lineare**. Questo nome altisonante descrive un problema che, dal punto di vista della Meccanica Classica, è ben noto: si tratta infatti del pendolo che compie piccole oscillazioni, o, se si preferisce, della massa che oscilla su un piano orizzontale attorno alla sua posizione di equilibrio per effetto della forza di richiamo di una molla, o anche del moto uniforme di un punto materiale su una circonferenza, visto proiettato su un suo diametro. In tutti i casi (si prende come modello la massa soggetta al richiamo di una molla) è possibile immaginare un punto materiale di massa m soggetto ad una forza di richiamo $F = -kx$ con k la costante elastica della molla ed x lo scostamento dalla posizione di equilibrio. Poco importa se il problema

specifico non è realmente costituito da una massa soggetta alla forza richiamante di una molla; ciò che conta è che tutti questi problemi sono descrivibili con un'unica forza agente sul sistema, forza che dipende linearmente (con un segno meno) dallo scostamento del sistema dalla posizione di equilibrio (indicata in figura dalla coordinata spaziale pari a zero). Un problema siffatto è caratterizzato da un'energia potenziale pari a

$$V(x) = \frac{1}{2}kx^2$$

Per quanto tale problema possa apparire molto specifico, esso in realtà è incredibilmente generale, perché tantissimi problemi fisici sono riconducibili allo studio di un oscillatore armonico lineare, come senz'altro avremo modo di vedere in futuro.

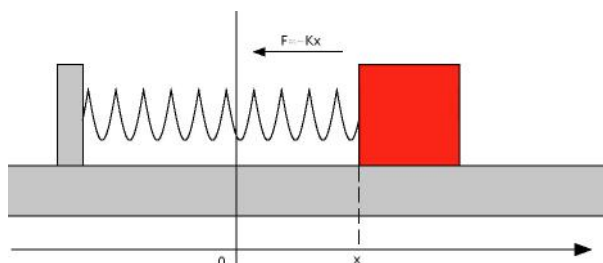


Figura 1

Un problema come quello descritto in Figura 1 (o un pendolo) è caratterizzato dalle seguenti proprietà:

- se la massa è nella posizione di equilibrio $x = 0$ ed è inizialmente ferma, resta ferma poiché tale posizione è per l'appunto di equilibrio (la forza di richiamo è nulla);
- se la massa è inizialmente in una posizione diversa da $x = 0$ oppure è lì ma con velocità non nulla, in assenza di attriti o di altre forze esterne (si ricordi che ci si occupa degli stati stazionari, quindi non c'è dissipazione né acquisizione di energia) il sistema compie un moto oscillatorio (armonico, per l'appunto) attorno alla posizione di equilibrio con pulsazione $\omega = \sqrt{k/m}$ (ricordo che la pulsazione ω è legata alla frequenza ν dalla relazione $\omega = 2\pi\nu$). La velocità del sistema è massima là dove l'energia potenziale è nulla (nella posizione di equilibrio) e nulla alle estremità dell'oscillazione.

Tutto questo per il problema classico. E per l'oscillatore armonico quantistico? La procedura ormai la sappiamo: come prima cosa ci serve

scrivere l'hamiltoniana del sistema classico; essa è la somma di energia cinetica ed energia potenziale, pertanto sarà:

$$H = T(p) + V(x) = \frac{1}{2m} p^2 + \frac{1}{2} kx^2$$

Poi applicando le regole che impongono, nel passaggio dal problema classico a quello quantistico, di sostituire alla variabile dinamica classica che determina la posizione tramite il *numero* x la corrispondente osservabile rappresentata dall' *operatore moltiplicativo* x e alla variabile dinamica impulso p la corrispondente osservabile rappresentata dall' *operatore di derivata* secondo lo schema

$$\left[\begin{array}{l} x \xrightarrow{\text{operatore}} \hat{x} = x \\ p \xrightarrow{\text{operatore}} \hat{p} = -i\hbar \frac{d}{dt} \end{array} \right]$$

Si può scrivere l'equazione di Schrödinger stazionaria per l'oscillatore armonico quantistico:

$$\frac{d^2\Psi_E(x)}{dx^2} - \left(\frac{m^2\omega^2}{\hbar^2} x^2 - \frac{2mE}{\hbar^2} \right) \Psi_E(x) = 0$$

dove si è sostituito H all'equazione di Schrödinger stazionaria generica scritto prima, si è usata la *pulsazione* ω in luogo della costante elastica k (perché ω prescinde dal fatto che il problema sia realmente costituito da una massa oscillante per via della forza di richiamo di una molla) e sono stati semplicemente risistemati i termini per dare all'equazione un aspetto più convenzionale. Questa equazione (equazione di Schrödinger stazionaria per l'oscillatore armonico lineare quantistico) è un'equazione *differenziale* dove le soluzioni $\psi_E(x)$ sono *funzioni* della coordinata spaziale x e compaiono nell'equazione sia derivate due volte rispetto alla coordinata stessa (il primo termine), sia moltiplicate dal quadrato della coordinata stessa (il secondo termine). Risolvere quest'equazione non è banale e richiederebbe molte pagine di conti e ancor più pagine di approfondimenti, ma non è dell'aspetto matematico del problema che ci si deve occupare qui. Si vuole vedere, invece, a quali risultati si arriva una volta che si riesce a risolvere l'equazione. Essi sono di due tipi, come in ogni problema quantistico stazionario:

- ❖ stabilire la *forma funzionale* delle $\psi_E(x)$ del problema per ogni valore di energia E che il sistema potrà assumere (e che deve essere costante nel tempo essendo il problema stazionario);
- ❖ determinare lo *spettro* degli autovalori del problema, ovvero nel nostro caso, i valori dell'energia E che il sistema potrà assumere.

Per ciò che riguarda questo secondo punto: l'oscillatore armonico lineare quantistico stazionario è caratterizzato da uno spettro di *autovalori dell'energia* dato dalla seguente espressione:

$$E = E_n = \left(n + \frac{1}{2} \right) h\omega$$

Come si può osservare, si riconosce la *quantizzazione* dell'energia del sistema. Un oscillatore armonico lineare quantistico, a differenza del suo omologo classico, non può essere caratterizzato da un *qualunque* valore di energia: l'oscillatore classico (la massa richiamata dalla molla, ma anche il pendolo) può assumere qualunque valore di energia totale, perché l'ampiezza della sua oscillazione può essere assolutamente arbitraria. Così non è per il sistema quantistico: la sua energia non può assumere un valore E qualunque, ma può assumere solo valori E_n che dipendono da un numero n intero ($n = 0, 1, 2, \dots$). Se l'analogia con l'oscillatore classico avesse un senso (non ce l'ha, quindi prendete il tutto come un suggerimento), sarebbe *come se* l'oscillatore quantistico potesse compiere oscillazioni solo con ampiezze ben definite e discrete. Ormai questo risultato non ci sorprende più; lo stesso fatto si presenta quando si affrontano le problematiche relative agli atomi. L'oscillatore armonico quantistico è un problema *confinato*, perché l'energia potenziale diventa infinitamente grande quanto più ci si allontana dalla posizione di equilibrio, e nella teoria quantistica è noto che un sistema quantistico confinato è caratterizzato da un'energia che si distribuisce secondo uno *spettro* discreto. Ma c'è un altro aspetto notevole, ed è legato al principio di indeterminazione di Heisenberg: il valore *minimo* per l'energia di un oscillatore armonico quantistico compete al numero quantico n pari a zero,

$$E_0 = \frac{1}{2} h\omega$$

Ovvero: a differenza dell'oscillatore armonico classico, che volendo può anche non oscillare (e quindi avere energia pari a zero) qualora inizialmente

sia fermo nella sua posizione di equilibrio, un oscillatore armonico quantistico *non può mai* avere energia nulla; il motivo è evidente: se l'oscillatore armonico quantistico avesse energia nulla, potremmo conoscere *esattamente e contemporaneamente* sia la sua posizione (che sarebbe quella di equilibrio) che la sua velocità o il suo impulso (che sarebbe esattamente nullo), in aperta violazione del principio di indeterminazione di Heisenberg. Invece, un oscillatore armonico quantistico ha sempre un'energia *minima*, uno *stato fondamentale* di energia il cui valore (oltre all'immane costante di Planck) è legato alla pulsazione ω che caratterizza il problema; intuitivamente, ricordando l'espressione di ω che data in precedenza, quanto più è grande ω (ovvero quanto più è "forte" la molla di costante K nel richiamare la massa verso la posizione di equilibrio), tanto più è ripida la curva descritta dall'energia potenziale, e tanto più alto sarà lo stato fondamentale dell'oscillatore, perché maggiore sarà il confinamento imposto dall'energia potenziale, e quindi per soddisfare il principio di indeterminazione di Heisenberg il sistema dovrà avere un impulso più grande e di conseguenza un'energia cinetica maggiore.

Non resta che parlare brevemente di come sono fatte le $\psi_E(x)$ dell'oscillatore armonico quantistico: la loro espressione analitica è complicata, coinvolge dei particolari polinomi (detti di Hermite) che si definiscono ricorsivamente, ma è possibile, comunque, dare l'espressione delle funzioni d'onda stazionarie per i primi valori del numero quantico n . Chiamando con

$$N_n = \frac{1}{\sqrt{2^n n!}} \left(\frac{m\omega}{\pi\hbar} \right)^{1/4}$$

Si ottiene

$$\psi_0(x) = N_0 H_0(x) \exp\left(-\frac{m\omega}{2\hbar} x^2\right) = N_0 \exp\left(-\frac{m\omega}{2\hbar} x^2\right)$$

$$\psi_1(x) = N_1 \exp\left(-\frac{m\omega}{2\hbar} x^2\right) H_1(x) = N_1 \exp\left(-\frac{m\omega}{2\hbar} x^2\right) \left(2\sqrt{\frac{m\omega}{\hbar}} x\right)$$

$$\psi_2(x) = N_2 \exp\left(-\frac{m\omega}{2\hbar} x^2\right) H_2(x) = N_2 \exp\left(-\frac{m\omega}{2\hbar} x^2\right) \left(4\sqrt{\frac{m\omega}{\hbar}} x^2 - 2\right)$$

.....

$$\psi_n(x) = N_n \exp\left(-\frac{1}{2} x^2\right) H_n(x)$$

La rappresentazione grafica dei primi tre polinomi è data nella Figura 2 sottostante:

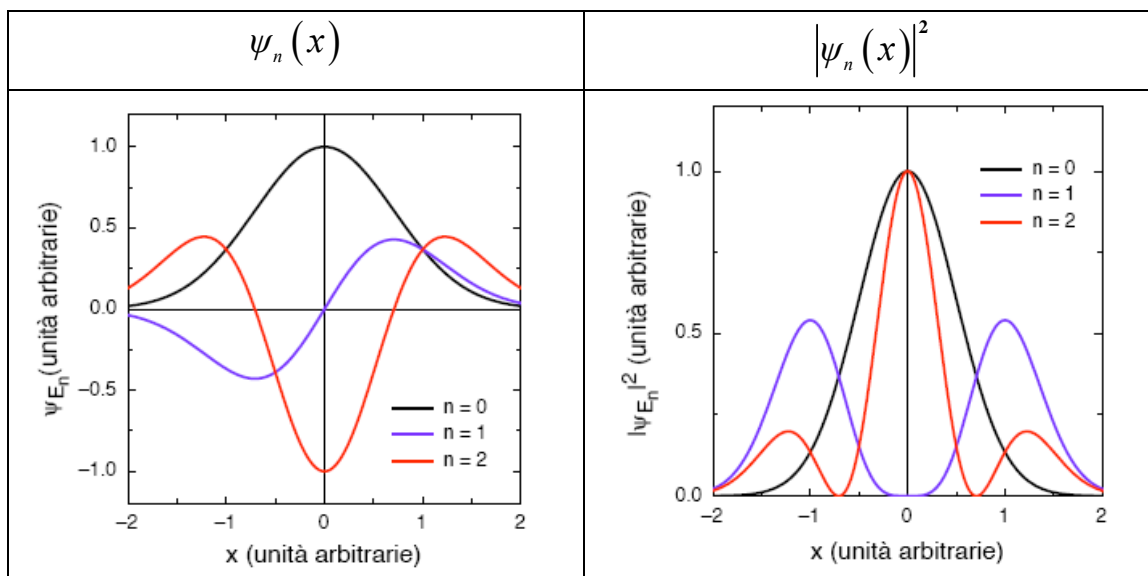


Figura 2

oltre alle prime tre funzioni d'onda, è stato disegnato anche il loro modulo quadro, che come è noto, risulta proporzionale alla probabilità di posizione del sistema, cioè alla probabilità di trovare la particella nella regione indicata: da qui si può facilmente vedere come all'aumentare del numero quantico n il sistema si localizzi in maniera sempre più ristretta attorno ad $x = 0$ (posizione di equilibrio) per n pari, oppure sempre più alle estremità dell'oscillazione (per n dispari), ovvero là dove, classicamente, si inverte il moto di oscillazione e quindi la velocità del sistema si annulla e quindi è più probabile trovare il sistema: sta tornando alla ribalta il principio di corrispondenza di Bohr: per valori sufficientemente elevati dei numeri quantici, la descrizione classica del sistema approssima quella quantistica. La matematica riesce a spiegare perfettamente gli aspetti quantistici: una metodologia particolare, molto usata, è quella degli spazi di Hilbert ma non è possibile, in questa sede, darne una minima descrizione.

Se la discussione dell'oscillatore armonico quantistico è stata un ripasso di idee che già si conoscono dalla "fisica classica" (ripasso molto utile anche perché in futuro, si avrà modo di vedere che molti problemi all'apparenza diversissimi tra di loro sono modellizzabili mediante oscillatori armonici), qualche cosa di nuovo ed inaspettato emergerà dal secondo problema che verrà analizzato, quello del gradino di potenziale.

3. Gradino di potenziale

Lo schema della situazione fisica è rappresentato nella Figura 3:

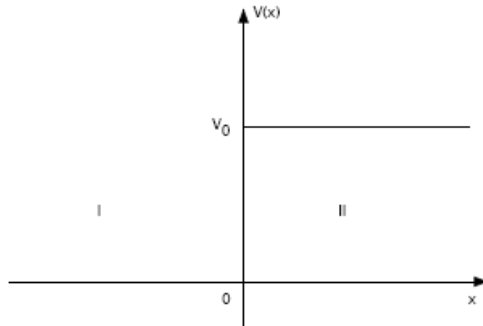


Figura 3

Una particella quantistica proviene dalla regione I con una certa velocità ed in corrispondenza della coordinata $x = 0$ incontra un potenziale (che inizialmente valeva 0) che vale V_0 ; in corrispondenza delle coordinate x positive si trova la regione II. Da un punto di vista classico, il problema è molto chiaro: la particella che proviene dalla regione I avrà una certa energia cinetica E (dovuta alla sua velocità) e nessuna energia potenziale. Giunta ad $x = 0$, la particella passerà nella regione II se $E > V_0$, mentre verrà riflessa nella regione I (con velocità uguale ed opposta) se $E < V_0$. Ma se il sistema è quantistico? Inutile dire che ci saranno sorprese!

Il problema è stazionario anche in questo caso, perché la particella proveniente dalla regione I ha energia ben definita (e costante). L'equazione di Schrödinger stazionaria sarà

$$\begin{cases} \frac{d^2\Psi_E(x)}{dx^2} = \frac{2mE}{\hbar^2}\Psi_E(x) & (x < 0) \\ \frac{d^2\Psi_E(x)}{dx^2} = \frac{2m}{\hbar^2}(V_0 - E)\Psi_E(x) & (x > 0) \end{cases}$$

La soluzione va distinta in due casi:

- ❖ $E > V_0$: classicamente sappiamo che questo caso corrisponde alla particella che oltrepassa il gradino di potenziale raggiungendo la regione II (con velocità naturalmente più piccola di quella che aveva nella regione I). Quantisticamente, bisogna risolvere le due equazioni di

Schrödinger stazionarie (per le due regioni I e II), ed essendo di fatto il problema uno solo imporre che ad $x = 0$ le due funzioni d'onda così ottenute si saldino con continuità (in sostanza dobbiamo farle diventare una funzione d'onda sola), condizione che matematicamente si esprime imponendo che la funzione d'onda e la sua derivata prima siano continue in $x = 0$. Disponendo degli strumenti matematici necessari, si possono calcolare le soluzioni per questo problema quantistico:

$$\begin{cases} \psi_I(x) = Ae^{ikx} + Be^{-ikx} \\ \psi_{II}(x) = Ce^{ikx} \end{cases}$$

con A costante arbitraria,

$$B = \frac{k - k'}{k + k'} A \quad C = \frac{2k}{k + k'} A \quad k = \sqrt{\frac{2m}{\hbar} E} \quad k' = \sqrt{\frac{2m}{\hbar} (E - V_0)}$$

Sembra una cosa complicata, ma non lo è: a meno di A che è una costante che serve solo per normalizzare, le due funzioni d'onda per le regioni I e II dipendono sostanzialmente dall'energia E della particella nella regione I (attraverso k), e dalla differenza $(E - V_0)$ nella regione II (attraverso k'), come per altro era lecito aspettarsi. Le condizioni che legano B e C ad A vengono dalla richiesta di saldatura delle funzioni d'onda $\psi_I(x)$ e $\psi_{II}(x)$ in $x = 0$. Che cosa c'è di tanto particolare in queste funzioni d'onda? Esse sono costituite di due pezzi: uno di essi è del tipo $\exp(ikx)$, che prende il nome di onda progressiva, ed è quello che sostanzialmente descrive il comportamento della particella che avanza da sinistra verso destra, come farebbe una particella classica; il secondo è del tipo $\exp(-ikx)$, che prende il nome di onda regressiva, e che descrive il comportamento della particella che torna indietro da destra verso sinistra. È interessante notare che nella regione II la funzione d'onda è dotata della sola componente progressiva: la particella arriva dalla regione I e se oltrepassa il gradino di potenziale allora procede indisturbata da sinistra verso destra nella regione II. Invece nella regione I la funzione d'onda ha ovviamente la componente di onda progressiva (la particella proviene da sinistra prima di raggiungere il gradino di potenziale), ma ha anche la componente di onda regressiva, che rende conto dell'eventualità che la particella non oltrepassi il

gradino di potenziale. Ma come è possibile? Siamo nel caso in cui $E > V_0$, la particella non dovrebbe sempre giungere nella regione II? Lo farebbe se la particella ubbidisse alle leggi della Meccanica Classica. Ma nello sconcertante mondo descritto dalle leggi della Meccanica Quantistica, la probabilità che la particella passi dalla regione I alla regione II si chiama coefficiente di trasmissione T ed è sostanzialmente legata al rapporto dei moduli quadri di C ed A , mentre la probabilità che la particella venga riflessa dal gradino di potenziale e torni indietro nella regione I si chiama coefficiente di riflessione R ed è sostanzialmente legata al rapporto dei moduli quadri di B ed A . Facendo i calcoli risulta che:

$$R = \left(\frac{k - k'}{k + k'} \right)^2 = \left(\frac{\sqrt{E} - \sqrt{E - V_0}}{\sqrt{E} + \sqrt{E - V_0}} \right)^2$$

$$T = \frac{4kk'}{(k + k')^2} = \frac{4\sqrt{E}\sqrt{E - V_0}}{(\sqrt{E} + \sqrt{E - V_0})^2}$$

Ecco quindi che: se l'energia E è molto maggiore di V_0 allora $T \approx 1$ ed $R \approx 0$, esattamente come nel caso classico; ma se E è appena maggiore di V_0 , allora $T \approx 0$ e $R \approx 1$, che è l'esatto contrario di quanto ci si aspetterebbe: una particella quantistica che ha un'energia più alta di una barriera di potenziale, ma di poco, quasi certamente verrà riflessa da questa barriera, anziché oltrepassarla; se la oltrepasserà, essendo condannata ad andare molto piano perché E è di poco maggiore di V_0 , il principio di indeterminazione di Heisenberg costringerà la particella ad avere una posizione praticamente non determinabile, fortemente dispersa (delocalizzata dovremmo dire) lungo tutta la regione II. Prima di esaminare il caso in cui $E < V_0$ immaginiamo ancora in problema cui il gradino di potenziale, anziché essere "in salita" come adesso, sia "in discesa", ovvero valga $-V_0$. Il caso classico è di nuovo evidente: la particella proveniente dalla regione I giunge sul bordo di questo gradino (come una biglia che giunge sul bordo del tavolo) e senz'altro lo oltrepassa (la biglia cade dal tavolo e raggiunge il pavimento con una velocità maggiore di quella che aveva sul tavolo). Il caso quantistico è ovviamente diverso ma è anche sconcertante: i coefficienti di trasmissione e di riflessione si ottengono da quelli precedentemente

calcolati semplicemente sostituendo $-V_0$ a V_0 , col risultato (facile da verificare) che nel caso di particelle particolarmente lente (E piccolo rispetto a V_0), la particella avrà una probabilità quasi uguale ad 1 di essere riflessa anziché di proseguire: è come se la biglia quantistica, giungendo molto piano sul bordo del tavolo, anziché cadere sul pavimento, tornasse indietro, respinta dal baratro. Sconcertante, non c'è che dire, ma tutto vero.

- ❖ $E < V_0$: nel caso classico, la particella proveniente dalla regione I, avendo energia cinetica troppo piccola per “salire sopra la collina”, verrebbe riflessa dalla barriera di potenziale e tornerebbe indietro. E nel caso quantistico? Per fortuna è ancora così, non potrebbe essere altrimenti: la particella non avrebbe comunque energia sufficiente per entrare nella regione II, e dovendosi l'energia conservare non ci sarebbe verso di dare alla particella un comportamento differente; ma c'è comunque qualche cosa di particolare: il modulo quadro della funzione d'onda nella regione II si calcola essere proporzionale ad

$$\exp(-2\beta x) \quad \beta = \sqrt{\frac{2m}{\hbar}(V_0 - E)}$$

Come noto, il modulo quadro di una funzione d'onda è proporzionale alla probabilità di trovare il sistema nel punto in cui la funzione è calcolata; orbene $|\psi_{II}(x)|^2$ è pertanto diverso da zero in tutta la regione II, benché il suo valore decresca molto rapidamente (esponenzialmente) all'aumentare della distanza (nella regione II) dal punto $x = 0$ in cui inizia il gradino di potenziale. Anche questo risultato è sorprendente: essendo $|\psi_{II}(x)|^2$ diverso da zero per ogni valore di $x > 0$, il rapporto tra la probabilità di trovare la particella in un intervallo finito di II e quella di trovarla in un intervallo analogo di I è piccolo ma non nullo; per fortuna, il rapporto tra la probabilità di trovare la particella in tutta la regione II e quella di trovarla in tutta la regione I è nullo.

Lo studio del gradino di potenziale, specialmente nel caso in cui $E < V_0$, ci porta spontaneamente a studiare l'ultimo problema che sarà affrontato, quello della barriera di potenziale rettangolare, schematizzato nella figura successiva.

4. Barriera di potenziale

Anche qui bisogna immaginare una particella proveniente dalla regione I con una certa energia cinetica; nel caso classico, se essa è maggiore dell'altezza della barriera di potenziale, la particella raggiungerà la regione II, poi, giunta in prossimità del gradino in discesa, proseguirà nella regione III, acquisendo nuovamente la velocità che aveva nella regione I. Se invece la sua energia non è sufficiente a superare il gradino in $x = 0$, allora la particella sarà subito riflessa, tornando indietro nella regione I.

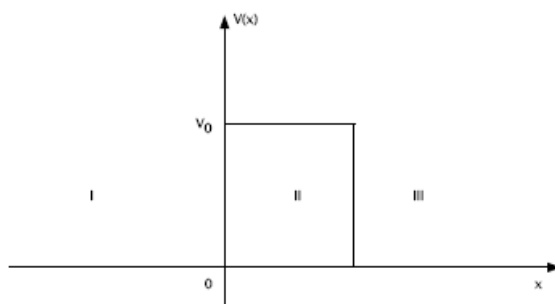


Figura 4

Un problema di questo genere è la più semplice schematizzazione possibile di un processo di diffusione stazionaria di una particella da parte di un campo di forze repulsive di portata finita (la “larghezza” l della barriera).

Il caso quantistico non presenta novità di rilievo nel caso in cui $E > V_0$. Già nel problema precedente, infatti, abbiamo studiato che cosa può avvenire in corrispondenza sia del gradino in salita che del gradino in discesa: così sappiamo che se la particella ha un'energia molto più grande di V_0 , il suo comportamento sarà molto probabilmente analogo a quello classico, mentre per energie di poco superiori a V_0 vi sarebbe un'elevata probabilità di riflessione, sia nel passaggio da I a II che nel passaggio da II a III.

Molto più interessante è il caso in cui, invece, $E < V_0$. Procedendo come nel problema precedente, e senza soffermarci troppo sui dettagli, si ottengono le seguenti relazioni che descrivono la funzione d'onda in ogni regione:

$$\begin{cases} \psi_I(x) = A e^{ikx} + B e^{-ikx} & x < 0 \\ \psi_{II}(x) = F e^{-\beta x} + G e^{+\beta x} & 0 < x < l \\ \psi_{III}(x) = C e^{ikx} & x > l \end{cases} \quad k = \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2} E} \quad \beta = \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2} (V_0 - E)}$$

Si osservi che:

- ❖ $\psi_I(x)$ ha entrambe le componenti di onda progressiva e onda regressiva, come è logico aspettarsi (la particella ha energia inferiore all'altezza della barriera di potenziale e almeno nel caso classico sappiamo che deve venire riflessa);
- ❖ $\psi_{II}(x)$ è caratterizzata da un andamento esponenziale reale (negli altri casi l'esponenziale ha argomento immaginario, per via dell'unità i , ed è soltanto un altro modo di scrivere le funzioni seno e coseno, quelle delle onde), anche detto di onda evanescente, anche in questo caso progressiva e regressiva; vedremo tra poco che cosa implica tutto questo;
- ❖ $\psi_{III}(x)$ ha la sola componente di onda progressiva, come è giusto che sia nel caso in cui la particella riesca comunque a passare dalla regione I alla regione III, pur non avendo energia sufficiente per superare (classicamente) il gradino di potenziale;
- ❖ Le condizioni di saldatura delle tre funzioni d'onda (che qui non vengono indicate) impongono dei legami tra le costanti A, B, C, F e G, una sola delle quali sarà arbitraria e verrà usata per normalizzare la funzione d'onda (così che la probabilità di trovare la particella in un punto qualunque dello spazio, ovvero per un qualunque valore di x , sia uguale ad 1).

Ora è necessario riflettere con una certa audacia: se è vero che nella regione II non si può mai trovare la particella perché essa non ha energia sufficiente per trovarsi lì, è anche vero che nella regione II la funzione d'onda non è nulla; per cui non è nulla nemmeno quando si arriva all'interfaccia con la regione III, e infatti la funzione d'onda in quest'ultima parte è anch'essa diversa da zero; ma qui, nella regione III, la particella può esistere comodamente, perché la sua energia (che vale sempre E perché il problema è stazionario e quindi l'energia non diminuisce né si incrementa) è certamente maggiore del potenziale (che in III vale 0). Quindi esiste una probabilità (proporzionale al modulo quadro di $\psi_{III}(x)$) di trovare la particella nella regione III benché essa non abbia energia sufficiente per trovarsi nella regione II. Ancora una volta possiamo esprimere la probabilità che la particella ha di oltrepassare la barriera di potenziale, o di essere da essa riflessa, mediante i due coefficienti:

$$R = \left\{ I + \frac{4E(V_0 - E)}{V_0^2 \sinh^2(\beta l)} \right\}^{-1} \quad T = \left\{ I + \frac{V_0^2 \sinh^2(\beta l)}{4E(V_0 - E)} \right\}^{-1}$$

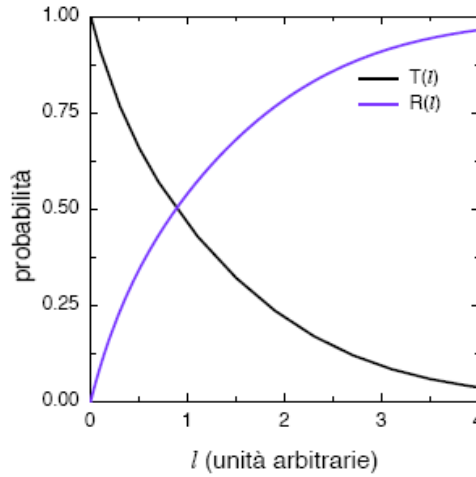


Figura 5

La Figura 5 mostra l'andamento funzionale dei due coefficienti di riflessione e trasmissione al variare della lunghezza l della barriera di potenziale ($x = l$ è il punto in cui si passa dalla regione II alla regione III): come si vede dal grafico, quanto più è corta la barriera di potenziale, tanto più probabile è che la particella, pur non avendo energia sufficiente (classicamente) per oltrepassarla, si ritrovi nella regione III, mentre quanto più è lunga la barriera di potenziale, tanto più è probabile che si manifesti il comportamento classico di riflessione della particella nella regione I. Questo meccanismo di “*passare attraverso una barriera di potenziale*” che classicamente sarebbe invalicabile prende il nome di “**effetto tunnel**”, ed è un effetto quantistico che si manifesta in svariate occasioni e che è tra l'altro invocato per descrivere il decadimento radioattivo di tipo “ α ” di alcuni atomi

Se in merito all'oscillatore armonico abbiamo già detto che esso è il prototipo per descrivere una gran varietà di fenomeni fisici, e quindi il suo studio ha un'importanza pratica (oltre che concettuale) enorme malgrado l'apparente idealizzazione del sistema fisico, anche per quanto riguarda il gradino di potenziale e la barriera di potenziale rettangolare è possibile fare ragionamenti analoghi: qualunque potenziale fisico vero, infatti, sarà bene o male approssimabile con un certo numero di gradini e/o barriere di potenziale, pertanto essi costituiscono, concettualmente e praticamente, i “*mattoni*” per poter studiare sistemi più complessi e comprenderne le sorprendenti proprietà quantistiche.

Liceo Scientifico Statale

Leonardo da Vinci

Via Possidonea, 14 - 89100 Reggio Calabria - Tel: 0965-29911 / 312063

www.liceovinci.rc.it

Anno Scolastico 2006-2007



Il moto del proiettile

Prof. Francesco Zumbo

www.francescozumbo.it oppure <http://it.geocities.com/zumbof/>

e-mail personale : progettofisica@yahoo.it

Dedico questo lavoro Scientifico Didattico

a mio Padre Natale,

al Suo innato intuito per la Fisica

e al suo costante impegno per avvicinare i giovani

all'amore per la scuola e al miglioramento professionale e personale,

al fine di dare un contributo alla società e a se stessi.

Spesso mi viene in mente una sua frase : "Non è importante che lavoro si svolge nella vita,

ma è importante come lo si fa, perché ogni lavoro è il ritratto di chi lo esegue."

Con Affetto , Francesco

Reggio Calabria, 19 Settembre 2007

1. GENERALITÀ

Il moto del proiettile é uno dei movimenti fondamentali della cinematica del punto. Indicheremo con $+$ il verso ascendente dei vettori e con $-$ il verso discendente dei vettori.

Supponiamo di posizionare un cannone con la bocca da fuoco disposta sull'origine di un sistema di assi cartesiani ortogonali $S \equiv (O, x, y)$.

La traiettoria che percorre un proiettile, come dimostreremo in seguito, é parabolica e tale parabola é generata dalla composizione durante il movimento della *velocità* \vec{v} e dell'*accelerazione di gravità* \vec{g} .

Ipotizziamo di essere nel **vuoto** e in un ambiente dove l'accelerazione di gravità vale $9,81 \frac{m}{sec^2}$ ($\frac{metri}{secondi\ al\ quadrato}$) quindi prescindiamo dalle resistenze di attrito nell'aria.

I dati iniziali che si utilizzano sono: l'accelerazione di gravità \vec{g} e la velocità iniziale del proiettile \vec{v}_i quando questi esce dalla bocca da fuoco.

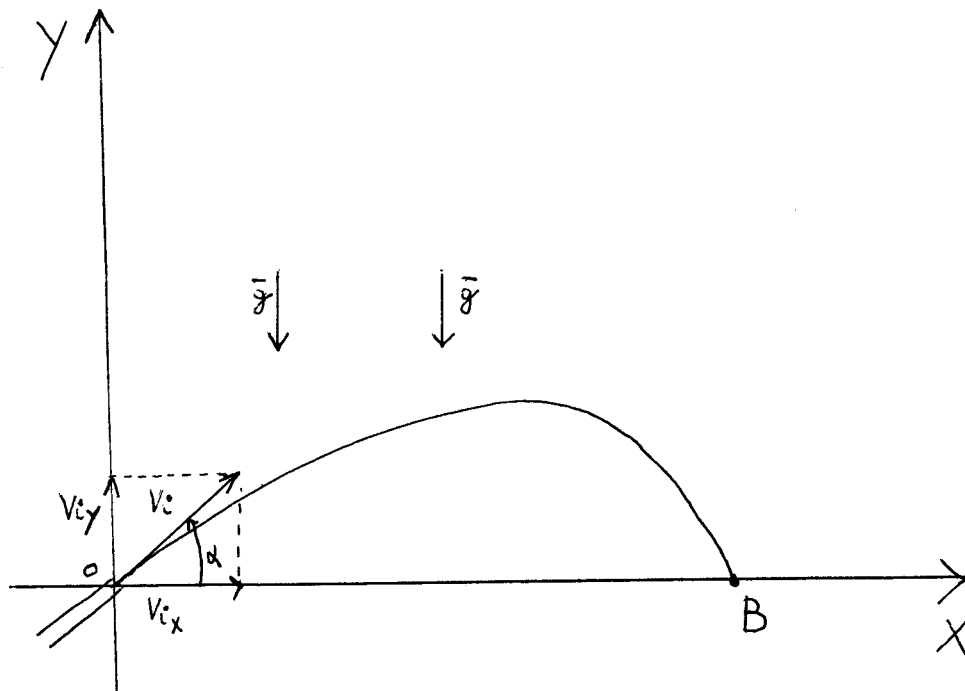


Figura 1

Indicheremo con

- v_{ix} la componente di \vec{v}_i sull'asse x
- v_{iy} la componente di \vec{v}_i sull'asse y
- g_x la componente di \vec{g} sull'asse x . É uguale a 0 perché \vec{g} é perpendicolare all'Asse x
- g_y la componente di \vec{g} sull'asse y . É uguale a $9,81 \frac{m}{sec^2}$

2. IL MOTO DEL PROIETTILE

La direzione del vettore accelerazione di gravità \vec{g} é quella della congiungente tra il baricentro del proiettile sparato e il centro della terra.

Supponiamo di fissare un sistema di riferimento cartesiano ortogonale con origine nella bocca da fuoco del cannone che spara il proiettile.

Indichiamo con segno + i vettori orientati verso l'alto e con segno - quelli orientati verso il basso.

Scomponiamo l'accelerazione di gravità nelle componenti cartesiane

$$(2.1) \quad \begin{cases} g_x = 0 \\ g_y = -9,81 \frac{m}{sec^2} \end{cases}$$

Questa scomposizione ci permette di capire alcune cose fondamentali, visto che l'accelerazione lungo l'asse x é nulla implica che lungo l'asse x il moto é *rettilineo uniforme*; mentre, visto che c'è accelerazione costante, lungo l'asse y si ha un *moto rettilineo uniformemente accelerato*.

Di conseguenza esisterá il seguente legame tra le velocità

$$(2.2) \quad \begin{cases} v_x = v_{i_x} \\ v_y = v_{i_y} - g \cdot t \end{cases}$$

Visto che sull'asse x si svolgerà un *moto rettilineo uniforme*, mentre sull'asse y un *moto rettilineo uniformemente accelerato*, per l'Asse x riportiamo la legge oraria del moto rettilineo uniforme e per l'Asse y la legge oraria del moto rettilineo uniformemente accelerato

$$(2.3) \quad \begin{cases} x = v_{i_x} \cdot t \\ y = v_{i_y} \cdot t - \frac{1}{2} g \cdot t^2 \end{cases}$$

ricaviamo il tempo dalla prima equazione

$$(2.4) \quad t = \frac{x}{v_{ix}}$$

lo sostituiamo nella seconda equazione

$$(2.5) \quad y = v_{iy} \cdot \left(\frac{x}{v_{ix}}\right) - \frac{1}{2} g \cdot \left(\frac{x}{v_{ix}}\right)^2$$

svolgiamo le operazioni

$$(2.6) \quad y = \frac{v_{iy}}{v_{ix}} \cdot x - \frac{1}{2} \cdot g \cdot \frac{x^2}{v_{ix}^2}$$

riordiniamo secondo la forma

$$(2.7) \quad y = x^2, x, \text{ termine noto}$$

$$(2.8) \quad y = -\frac{1}{2} \cdot g \cdot \frac{x^2}{v_{ix}^2} + \frac{v_{iy}}{v_{ix}} \cdot x$$

$$(2.9) \quad y = \left(-\frac{g}{2v_{ix}^2}\right) \cdot x^2 + \left(\frac{v_{iy}}{v_{ix}}\right) \cdot x$$

le quantità

$$g, v_{ix}, v_{iy}$$

sono i dati iniziali e noti del problema, quindi sono delle costanti, pertanto l'equazione

(2.9) può essere scritta nella forma

$$(2.10) \quad y = ax^2 + bx$$

che è l'equazione di una parabola passante per l'origine.

Tale equazione dimostra che il moto di un proiettile è sempre parabolico e l'equazione

della traiettoria parabolica é data dalla fondamentale equazione

$$(2.11) \quad y = \left(-\frac{g}{2v_{ix}^2}\right) \cdot x^2 + \left(\frac{v_{iy}}{v_{ix}}\right) \cdot x$$

dove le quantità x e y sono le coordinate del punto durante il movimento $P \equiv (x; y)$

3. ELEMENTI DI GONIOMETRIA PER LO STUDIO DEL MOTO DEL PROIETTILE

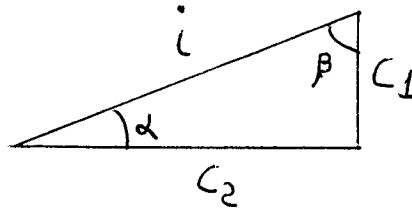


Figura 2

Consideriamo un triangolo rettangolo dove indichiamo con c_1 e c_2 i cateti e con i l'ipotenusa.

Dai teoremi di goniometria sui triangoli rettangoli sappiamo

Teorema 1: un cateto é uguale all'ipotenusa per il seno dell'angolo opposto al cateto da calcolare:

$$(3.1) \quad c_1 = i \cdot \sin(\alpha)$$

$$(3.2) \quad c_2 = i \cdot \sin(\beta)$$

Teorema 2: un cateto é uguale all'ipotenusa per il coseno dell'angolo adiacente al cateto da calcolare:

$$(3.3) \quad c_1 = i \cdot \cos(\beta)$$

$$(3.4) \quad c_2 = i \cdot \cos(\alpha)$$

Teorema 3: un cateto é uguale all'altro cateto per la tangente dell'angolo opposto al cateto da calcolare

$$(3.5) \quad c_1 = c_2 \cdot tg(\alpha)$$

$$(3.6) \quad c_2 = c_1 \cdot tg(\beta)$$

Teorema 4: un cateto é uguale all'altro cateto per la cotangente dell'angolo adiacente al cateto da calcolare.

$$(3.7) \quad c_1 = c_2 \cdot ctg(\beta)$$

$$(3.8) \quad c_2 = c_1 \cdot ctg(\alpha)$$

Inoltre valgono le seguenti formule fondamentali

$$(3.9) \quad \sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) = 1$$

relazione fondamentale della goniometria

$$(3.10) \quad tg(\alpha) = \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)}$$

$$(3.11) \quad ctg(\alpha) = \frac{1}{tg(\alpha)} = \frac{\cos(\alpha)}{\sin(\alpha)}$$

4. EQUAZIONE DEL MOTO DEL PROIETTILE CON LA GONIOMETRIA

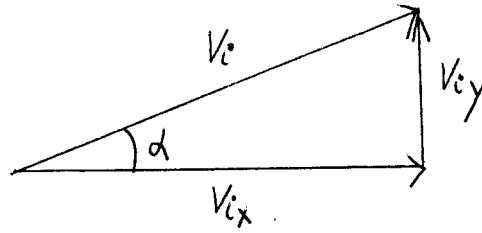


Figura 3

Dai teoremi di goniometria associati ai triangoli rettangoli, associando la quantità v_{ix} al cateto orizzontale, la quantità v_{iy} al cateto verticale e v_i all'ipotenusa, si ha

$$(4.1) \quad v_{ix} = v_i \cdot \cos(\alpha) \text{ per il teorema 2}$$

$$(4.2) \quad v_{iy} = v_i \cdot \sin(\alpha) \text{ per il teorema 1}$$

con α angolo formato dal vettore velocità iniziale v_i e l'asse delle ascisse X .

Torniamo all'equazione del moto

$$(4.3) \quad y = \left(-\frac{g}{2v_{ix}^2}\right) \cdot x^2 + \left(\frac{v_{iy}}{v_{ix}}\right) \cdot x$$

inseriamo le precedenti in tale equazione

$$(4.4) \quad y = \left(-\frac{g}{2 \cdot (v_i \cdot \cos(\alpha))^2}\right) \cdot x^2 + \frac{v_i \cdot \sin(\alpha)}{v_i \cdot \cos(\alpha)} \cdot x$$

$$(4.5) \quad y = \left(-\frac{g}{2 \cdot v_i^2 \cdot \cos^2(\alpha)}\right) \cdot x^2 + \operatorname{tg}(\alpha) \cdot x$$

scriviamo questa equazione isolando il termine

$$(4.6) \quad y = -\frac{g}{2 \cdot v_i^2} \cdot \frac{1}{\cos^2(\alpha)} \cdot x^2 + \operatorname{tg}(\alpha) \cdot x$$

la quantità 1 del monomio

$$\frac{1}{\cos^2(\alpha)}$$

puó essere scritta inserendo la relazione fondamentale (3.9)

$$\sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) = 1$$

Da cui

$$(4.7) \quad \frac{1}{\cos^2(\alpha)} = \frac{\sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha)}{\cos^2(\alpha)}$$

separando gli addendi del numeratore

$$(4.8) \quad \frac{1}{\cos^2(\alpha)} = \frac{\sin^2(\alpha)}{\cos^2(\alpha)} + \frac{\cos^2(\alpha)}{\cos^2(\alpha)} = \operatorname{tg}^2(\alpha) + 1$$

per cui

$$(4.9) \quad \frac{1}{\cos^2(\alpha)} = \operatorname{tg}^2(\alpha) + 1$$

inseriamo la (4.9) nella (4.6)

$$(4.10) \quad y = -\frac{g}{2 \cdot v_i^2} \cdot (\operatorname{tg}^2(\alpha) + 1) \cdot x^2 + \operatorname{tg}(\alpha) \cdot x$$

$$y = \left(-\frac{g \cdot x^2}{2 \cdot v_i^2}\right) \cdot (\operatorname{tg}^2(\alpha) + 1) + \operatorname{tg}(\alpha) \cdot x$$

moltiplichiamo

$$y = -\frac{g \cdot x^2}{2 \cdot v_i^2} \cdot \operatorname{tg}^2(\alpha) - \frac{g \cdot x^2}{2 \cdot v_i^2} + \operatorname{tg}(\alpha) \cdot x$$

portiamo tutto al primo membro

$$(4.11) \quad \frac{g \cdot x^2}{2 \cdot v_i^2} \cdot \operatorname{tg}^2(\alpha) + \frac{g \cdot x^2}{2 \cdot v_i^2} + \operatorname{tg}(\alpha) \cdot x + y = 0$$

Questa é l'**equazione del moto del proiettile in forma goniometrica**.

Esprime l'equazione del moto del proiettile in funzione della **velocità iniziale** v_i e dell'**angolo di inclinazione rispetto al piano orizzontale** α .

Ricordiamo che:

\vec{g} é l'accelerazione di gravità;

v_i é la velocità iniziale;

x e y le coordinate del proiettile durante il movimento;

α l'angolo che forma il cannone rispetto al piano orizzontale, al momento dello sparo.

5. GITTATA DEL PROIETTILE

Si definisce gittata del proiettile la distanza misurata sull'asse orizzontale x tra l'origine degli assi dove è posizionato il cannone e il punto di arrivo del proiettile, B .

Il punto B essendo un punto appartenente all'asse x è caratterizzato dall'aver l'ordinata nulla ($y = 0$), pertanto basta porre $y = 0$, nell'equazione (4.3)

$$(5.1) \quad 0 = \left(-\frac{g}{2v_{ix}^2}\right) \cdot x^2 + \left(\frac{v_{iy}}{v_{ix}}\right) \cdot x$$

mettiamo la x in evidenza

$$(5.2) \quad x\left[\left(-\frac{g}{2v_{ix}^2}\right) \cdot x + \left(\frac{v_{iy}}{v_{ix}}\right)\right] = 0$$

la prima soluzione è banale

$$x_1 = 0$$

rappresenta l'ascissa dell'origine degli assi, visto che per ipotesi il proiettile parte dall'origine degli assi.

Ricaviamo la seconda soluzione x_2

$$(5.3) \quad \left(-\frac{g}{2v_{ix}^2}\right) \cdot x + \left(\frac{v_{iy}}{v_{ix}}\right) = 0$$

$$(5.4) \quad \left(-\frac{g}{2v_{ix}^2}\right) \cdot x = -\left(\frac{v_{iy}}{v_{ix}}\right)$$

moltiplichiamo la (5.4) per

$$-\frac{2v_{ix}^2}{g}$$

otteniamo

$$(5.5) \quad x = \left(-\frac{2v_{ix}^2}{g}\right) \cdot -\left(\frac{v_{iy}}{v_{ix}}\right)$$

$$(5.6) \quad x = \frac{2v_{ix}^2 \cdot v_{iy}}{g \cdot v_{ix}}$$

$$(5.7) \quad x_2 = \frac{2 v_{ix} \cdot v_{iy}}{g}$$

tale equazione é l'equazione della gittata del proiettile.

Ricaviamo adesso l'**equazione della gittata in forma goniometrica.**

Dai teoremi di goniometria associati ai triangoli rettangoli sappiamo che

$$(5.8) \quad v_{ix} = v_i \cdot \cos(\alpha)$$

$$(5.9) \quad v_{iy} = v_i \cdot \sin(\alpha)$$

con α angolo formato dal vettore velocità iniziale v_i e l'asse delle ascisse X .

Inseriamo le (4.1) e (4.2) nella (5.7)

$$(5.10) \quad x_2 = \frac{2 v_i \cdot \cos(\alpha) v_i \cdot \sin(\alpha)}{g}$$

$$(5.11) \quad x_2 = \frac{2 v_i^2 \cos(\alpha) \sin(\alpha)}{g}$$

tale equazione rappresenta l'**equazione della gittata in forma goniometrica.**

Questa formula é importantissima poiché ci da la possibilità di calcolare la gittata in funzione dell'angolo di inclinazione α del cannone rispetto al piano orizzontale.

6. GITTATA MASSIMA

Partiamo dall'equazione della *gittata massima in forma goniometrica*.

Al fine di ottenere la massima gittata é importante che il prodotto delle componenti della velocità iniziale

$$v_{ix} \cdot v_{iy}$$

sia massimo.

Per massimalizzare la (5.11), cioè cercare il massimo valore della gittata a parità di velocità iniziale , variamo unicamente l'inclinazione del cannone.

Dalla goniometria sappiamo che il prodotto

$$\sin(\alpha) \cdot \cos(\alpha)$$

é massimo per

$$\alpha = 45^\circ = \frac{\pi}{4} \text{ (radianti)}$$

inoltre , sappiamo che

$$\sin(45^\circ) = \cos(45^\circ) = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

per calcolare la gittata massima dobbiamo inserire tali valori nell'equazione (5.11)

$$(6.1) \quad x_{max} = \frac{2 v_i^2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}}{g}$$

$$(6.2) \quad x_{max} = \frac{2 v_i^2 \cdot \frac{2}{4}}{g}$$

$$(6.3) \quad x_{max} = \frac{2 v_i^2 \cdot \frac{1}{2}}{g}$$

$$(6.4) \quad x_{max} = \frac{v_i^2}{g}$$

questa é la formula della gittata massima che si ottiene per un angolo $\alpha = 45^\circ = \frac{\pi}{4}$

Tale equazione ci dice che la gittata massima é funzione diretta del quadrato della velocitá iniziale e inversa rispetto al valore dell'accelerazione di gravitá. Se il colpo di cannone lo sparassimo sulla luna , dove l'accelerazione di gravitá é la sesta parte di quella della terra , il proiettile arriverebbe ovviamente, sei volte piú lontano!

7. COME COLPIRE UN PUNTO DI COORDINATE NOTE !

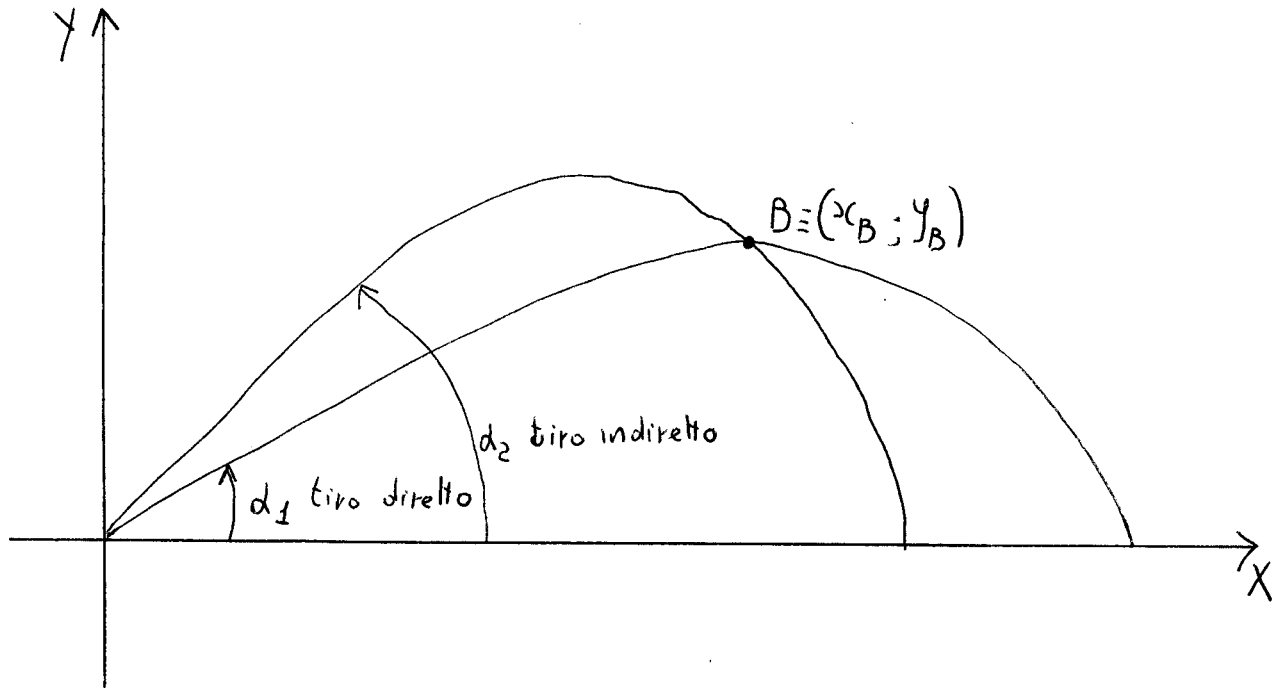


Figura 4

Supponiamo di voler colpire il punto

$$B \equiv (x_B; y_B)$$

Per analizzare questo problema dobbiamo ricorrere all'equazione del *moto del proiettile* in forma goniometrica:

$$(7.1) \quad \frac{g \cdot x^2}{2 \cdot v_i^2} \cdot \operatorname{tg}^2(\alpha) + \frac{g \cdot x^2}{2 \cdot v_i^2} + \operatorname{tg}(\alpha) \cdot x + y = 0$$

Una volta particularizzati i valori x e y con x_B e y_B la (7.1) sarà composta dalle costanti

:

$$g, x_B, y_B, v_i$$

e la variabile sarà rappresentata dalla quantità

$$tg(\alpha)$$

che, implicitamente contiene informazioni sull'angolo α .

α indica di quanti gradi dobbiamo inclinare il cannone al fine di colpire il punto $B \equiv (x_b; y_B)$.

$$(7.2) \quad \frac{g \cdot x_B^2}{2 \cdot v_i^2} \cdot tg^2(\alpha) + \frac{g \cdot x_B^2}{2 \cdot v_i^2} + tg(\alpha) \cdot x_B + y_B = 0$$

Se guardiamo con attenzione tale formula, ce ne accorgiamo che avremo 2 distinti valori di $tg(\alpha)$ in quanto si tratta di equazione di secondo grado. Questo perché il punto B può essere colpito sia per **tiro diretto** (fase ascendente dell'arco di parabola della traiettoria del proiettile), sia per **tiro indiretto** (fase discendente dell'arco di parabola della traiettoria del proiettile). Ovviamente il tiro diretto lo avremo per il più piccolo dei due valori di α .

É bene tenere presente che in balistica, utilizzando il **tiro indiretto** , si possono colpire obiettivi con ostacoli interposti tra il cannone e l'obiettivo, ad esempio si può colpire un obiettivo al di là di una montagna.